

La compuerta mágica: Descripción de un flujo discrepante en dos globos elásticos interconectados



Luis H. Barbosa, Paco H. Talero

Depto. de Ciencias Naturales, Universidad Central, Cra 5 No. 21-38, Bogotá, Colombia.

E-mail: lhbfisica@yahoo.es

(Recibido el 5 de Diciembre de 2008; aceptado el 6 de Enero de 2009)

Resumen

El propósito de este artículo es mostrar la fenomenología y descripción de un experimento discrepante que consiste de dos globos elásticos inflados con distinto volumen que se conectan por una válvula para controlar el flujo de aire. Mediante la hipótesis de que la energía potencial del globo es directamente proporcional a su área, se deduce una expresión general de Young-Laplace modificada para explicar el evento discrepante que corresponde al paso del aire desde el globo de menor volumen al de mayor volumen. Mediante un proceso adiabático proponemos una forma de medir la constante elástica del globo. Se encontró que para justo dos veces el radio inicial del globo se presenta la máxima fuerza de las paredes elásticas del globo. Este montaje ha sido utilizado como proyecto de investigación en el Aprendizaje Activo de la Física para estudiantes de ingeniería.

Palabras clave: Globos interconectados, experimentos discrepantes, enseñanza de la mecánica.

Abstract

The purpose of this article is to show the description and phenomenology of a discrepant experiment consisting of two elastic inflated balloons with different volume that are connected by a valve to control the flow of air. By assuming that the potential energy of the globe is directly proportional to its area, it follows a general expression of Young-Laplace modified to explain the discrepant event that corresponds to the passage of air from the balloon to the lower volume of higher volume. Through an adiabatic process we propose a way to measure the elastic constant of the globe. We found that for two times the initial radius of the balloon is the maximum force of the elastic walls of the globe. This prototype has been used as a research project on active learning in physics for students of engineering.

Keywords: Balloons interconnected, discrepant experiment, science inquiry

PACS: 01.50.My, 01.40.-d, 01.40.Fk, 01.50.Pa, 01.50.Wg, 01.50-i, 01.40.gb

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Como antecedente hemos utilizado los experimentos discrepantes como una herramienta pedagógica en la enseñanza de la física en Ingeniería [1]. Un Experimento Discrepante (ExD) es un montaje que al accionarlo manifiesta un fenómeno impactante o contraintuitivo para el estudiante [2]. El fenómeno puede corresponder a un suceso que ocurre cuando el observador está esperando otro. De otra manera se dice que un ExD exhibe una fenomenología sorpresiva, inesperada, paradójica y que ofende la intuición de quien lo observa.

En esta ocasión se presenta el estudio de dos globos elásticos interconectados por una compuerta que controla el paso del flujo de aire (ver Fig. 1), desde un enfoque mecánico. Este montaje ya ha sido estudiado desde enfoques termodinámicos [3, 4, 5, 6, 11].

El fenómeno que se presenta es discrepante ya que cuando se abre la válvula, los estudiantes normalmente

esperan que el aire pase del globo de mayor volumen V_2 al globo de menor volumen V_1 ; contrario a esto, el aire pasa del globo más pequeño al globo más grande. Esto es disonante [7, 8] para el estudiante, pues de hecho, él sabe, que se ha esforzado más, en inyectar aire al globo grande que al globo pequeño. Sin embargo, cuando se abre la compuerta, lo que se observa es que el globo pequeño se desinfla y el globo grande se infla un poco más [9].

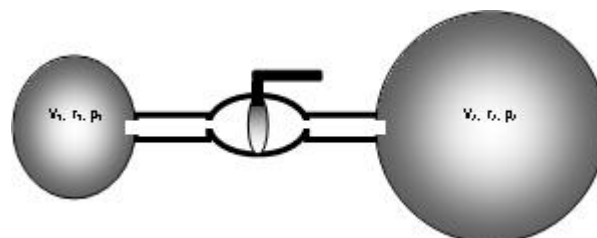


FIGURA 1. Dos globos elásticos la misma naturaleza inflados, pero con distintos volúmenes. Una válvula central permite controlar el flujo de aire de un globo al otro.

En la práctica, si el globo pequeño se infla varias veces y en cada caso se conecta al tubo con la compuerta cerrada, se puede inflar, más y más, de modo que el globo mayor finalmente explota [14]. En la explicación de porque se da el fenómeno, no es relevante considerar globos del mismo material.

En lo que sigue se ilustra una manera de explicar el fenómeno sin tener en cuenta la naturaleza del aire dentro del globo. En la sección II, se plantea el modelo teórico obteniendo dos resultados importantes: una *expresión que explica el hecho físico y el rango de validez del radio del globo pequeño* para el cual se da el fenómeno. En la sección III mostramos una experiencia de uso de la compuerta con estudiantes de tercer semestre de ingeniería. Finalmente en la sección IV se precisan nuestras conclusiones.

II. MODELO TEÓRICO

El fenómeno muestra que cuando dos globos de distinto radio se interconectan para permitir flujo de aire entre sí, la presión neta varía inversamente al radio de los globos. Por supuesto, el modelo debe estar en consonancia con este hecho; y para ello, encontraremos, primero una expresión que dé cuenta de la fuerza como dependiente de la diferencia de presión entre el valor externo e interno. Luego, encontraremos una expresión para la misma fuerza en términos del radio del globo, y entonces, podremos averiguar cómo es la dependencia de esa diferencia de presión respecto al radio del globo.

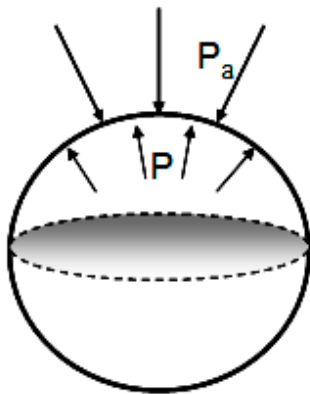


FIGURA 2. Modelo ideal de globo esférico.

Inicialmente se considera un globo esférico de radio r_0 como en la Fig. 2. Si se infla con un poco de aire, la presión resultante del globo está dada por la diferencia de presiones entre la presión interna del gas y la presión atmosférica, P_a [13]. El radio, r_0 , debe corresponder al radio mínimo donde la presión resultante del globo es nula, donde el globo no está estirado; es justo el radio, que para crecer, necesita una presión mayor que la presión externa del globo. Si el globo se infla un poco más que ese radio mínimo, la fuerza sobre un diferencial de área del globo, está dada por,

$$d\bar{F} = (p - p_a) d\bar{A}(r), \quad (1)$$

con $dA = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$, luego integrando, la fuerza debida a la diferencia de presiones,

$$\bar{F} = -4\pi r^2 (p - p_a) \bar{u}_r. \quad (2)$$

La hipótesis de partida es que la energía potencial implicada es directamente proporcional al área del globo, y en consecuencia, la energía potencial es dependiente del radio,

$$E_p \propto A(r); \quad E_p = E_p(r). \quad (3)$$

Bajo esta hipótesis se hace una expansión en serie de Taylor de la energía potencial alrededor de r_0 [15],

$$E_p(r) = \sum_{k=0}^{\infty} \left. \frac{d^k E_p(r_0)}{dr^k} \right|_{r=r_0} \frac{(r - r_0)^k}{k!}. \quad (4)$$

Para los tres primeros términos de la expansión, se tiene,

$$E_p(r) = E_p(r_0) + \left. \frac{dE_p(r)}{dr} \right|_{r=r_0} \frac{(r - r_0)}{1!} + \left. \frac{d^2 E_p(r)}{dr^2} \right|_{r=r_0} \frac{(r - r_0)^2}{2!} + \dots \quad (5)$$

Un análisis de esta expansión nos permite precisar que la energía potencial para r_0 , en el primer término, es nula, ya que el globo no está estirado. Del mismo modo, para el segundo término de la serie, la primera derivada o variación de la energía potencial con respecto al radio, también es cero, ya que corresponde a la fuerza elástica de las paredes del globo en r_0 , y como se expresó antes, en esa posición el globo no está estirado, por lo tanto, no hay fuerza elástica presente. En el tercer término de la expansión, la segunda derivada o variación de segundo orden de la energía potencial, es constante. Se concluye, entonces, que la energía potencial entre el radio inicial y el radio máximo, r_{max} , del globo que mantenga k invariante, está dada por,

$$E_p(r) = \frac{1}{2} k (r - r_0)^2. \quad (6)$$

Por otro lado, como la fuerza corresponde al gradiente de esta función potencial [15], se tiene que,

$$F(r) = -\nabla E_p; \quad F(r) = -k(r - r_0). \quad (7)$$

Esta fuerza corresponde a la fuerza elástica total que ejercen las diferentes partes del globo sobre sus vecindades de forma tangente, por lo que se produce una fuerza central resultante.

Combinado la ecuación (7) con la ecuación (2) se obtiene la expresión que da cuenta de la variación de presión en función del radio para un solo globo,

$$p - p_a = \frac{1}{4\pi} k \left(\frac{r - r_0}{r^2} \right). \quad (8)$$

Esta corresponde a la ecuación de Young-Laplace [4]. Al asumir $p-p_a$ como la presión neta del globo y dando valores de, $k=1 \text{ N/m}$, y $r_0=0,05 \text{ m}$, esta última expresión tiene un máximo en $0,1$ como se muestra en la gráfica de la Fig. 3,

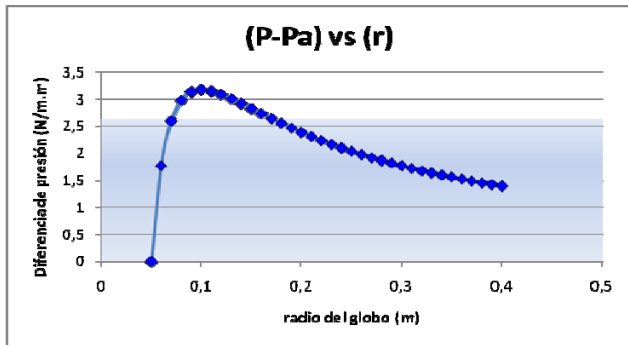


FIGURA 3. Presión neta del globo en función del radio del globo para $k=1 \text{ N/m}$ y $r_0=0,05 \text{ m}$.

Este valor corresponde al doble del radio inicial, r_0 como se demuestra al maximizar la ecuación (8). Si derivamos respecto a r queda,

$$\frac{dP_{neta}}{dr} = \frac{k}{4\pi} \left(\frac{r^2 - 2r(r - r_0)}{r^4} \right). \quad (9)$$

Igualando a cero para obtener el máximo y despejando r , se obtiene,

$$r = 2r_0. \quad (10)$$

Este resultado está en consonancia con el hecho de que es más difícil inflar el globo al inicio que cuando ya está inflado. Lo que muestra la gráfica en este resultado es que

la diferencia de presión del globo es creciente entre el radio inicial y hasta el doble del radio. Adicionalmente, el fenómeno de que fluya el aire del globo pequeño al globo grande, siempre se cumple en este rango, sin importar que tan hinchado esté el globo grande. Este es un resultado contundente del modelo teórico relacionado con el hecho experimental.

Si se aplica la expresión (8) para los dos globos idénticos y se interconectan como en la Fig.1, se puede calcular la diferencia de presiones entre globos,

$$p_1 - p_2 = \frac{k}{4\pi} \left(\frac{r_1 - r_0}{r_1^2} - \frac{r_2 - r_0}{r_2^2} \right). \quad (11)$$

Efectivamente esta diferencia de presiones, $p_1 - p_2$, es inversamente proporcional al radio de los globos, y positiva si $r_1 < r_2$, entonces, esto compagina con el fenómeno observado. Es decir, que el flujo de aire vaya del globo pequeño al globo grande si el radio del globo pequeño varía entre r_0 y r_{max} .

Otro enfoque expresa que el globo más pequeño tiene una curvatura mayor, y entonces, las fuerzas elásticas tangentes a la superficie, en cualquier diferencial de área, tienen una componente neta mayor que la del globo grande hacia el centro del globo. Con una fuerza más grande, dirigida hacia adentro, originará una presión interna mayor. En consecuencia el globo pequeño tendrá una presión interna mayor [13]. De hecho, es más difícil iniciar a inflar un globo, y más fácil inflarlo, cuando este ya se ha hinchado. Las componentes de las fuerzas elásticas dirigidas hacia el centro van disminuyendo progresivamente a medida que el globo va creciendo.

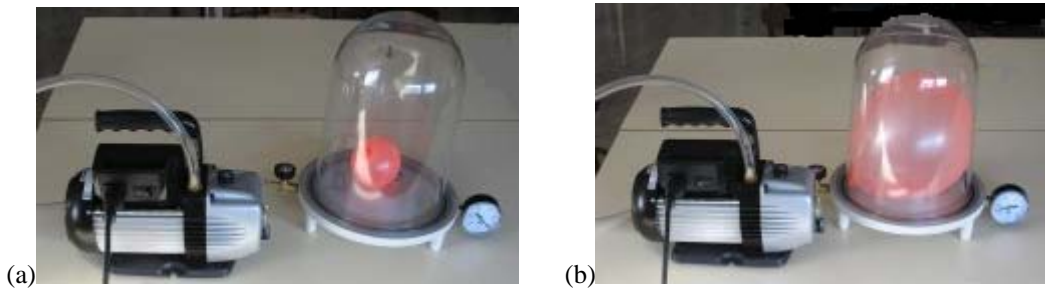


FIGURA 4. (a) Globo elástico dentro de la campana sin hacer vacío. (b) Globo elástico dentro de la campana haciendo vacío.

Para validar la expresión (8) es necesario calcular la constante de elasticidad, k , del globo. Para esto se introduce el globo dentro de una campana al vacío colocando el globo apenas con el radio mínimo, r_0 (ver Fig. 4). A medida que se saca el aire de la campana se observa un crecimiento paulatino del volumen del globo hasta un radio máximo, r_{max} , que ocurre aproximadamente cuando en la vecindad del globo no hay aire [10]. Consideramos este proceso termodinámico cuasiestático ya que el material del globo es de baja conductividad térmica y se expande despacio respecto a la velocidad del

sonido, lo que garantiza tal proceso [12]. De acuerdo con esto se tiene,

$$p'_{int} V_1^\gamma = p_{int} V_2^\gamma. \quad (12)$$

Donde, p'_{int} y V_1 son la presión y el volumen en el interior del globo, respectivamente, después de la expansión, y p_{int} y V_2 son la presión y el volumen antes de la expansión. Cuando el globo se haya expandido hasta su radio máximo, se puede suponer que la presión interna del globo es mucho mayor que la presión externa al globo pero

interna dentro de la campana. Si ésta presión se hace tender a cero, lo que realmente aporta a la expansión del globo es la elasticidad del mismo; en tal caso tenemos que un diferencial de fuerza sobre el globo corresponde al producto de la presión interna por tal diferencial. De esto se concluye que la fuerza neta del globo está dada por,

$$F = p_{\text{int}}(4\pi r^2). \quad (13)$$

De la expresión (8) se tiene que la constante, k , está dada por,

$$k = \left(\frac{4\pi r_{\text{max}}^2}{r_{\text{max}} - r_0} \right) p'_{\text{int}}. \quad (14)$$

Al despejar p'_{int} de la ecuación (12) y sustituir en la expresión (14), se obtiene,

$$k = \left(\frac{4\pi r_{\text{max}}^2 p_{\text{int}}}{r_{\text{max}} - r_0} \right) \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma. \quad (16)$$

En este caso, $p_{\text{int}} = p_{\text{atm}}$, su volumen es, $V_1 = 4/3\pi r^3$, y suponiendo que aproximadamente se tiene un gas ideal [12], por la ecuación de estado, $p_{\text{int}} V_1 = nRT_1$, entonces se obtiene una expresión para calcular la constante elástica del globo, en función del radio mínimo y máximo del globo, así como de la presión atmosférica,

$$k = \left(\frac{4\pi r_{\text{max}}^2 p_{\text{atm}}}{r_{\text{max}} - r_0} \right) \left(\frac{r_{\text{max}}}{r_0} \right)^{3\gamma}. \quad (17)$$

Nótese que la constante elástica depende del radio máximo que pueda alcanzar el globo a medida que se hace el vacío en la campana. Es importante recordar que la constante elástica, k , cambia a medida que el globo se infla varias veces y quizás sólo sirva para las primeras infladas.

III. EXPERIENCIA CON LA COMPUERTA

Este montaje fue utilizado alternativamente a la clase tradicional con 68 estudiantes de dos grupos de Física Mecánica. Se presentó el montaje con mucha emotividad como recomienda Liem [9]. Se realizó una encuesta diagnóstica acerca de lo que debían esperar los estudiantes, y sin precisar el fenómeno que debía ocurrir, se accionó; muchos escépticos pedían repetirlo otra vez. Se procedió con la metodología dada en Barbosa [1] y se utilizó un taller [14] para este prototipo. No se empleó grupo control. El referente de comparación se hizo midiendo indicadores de motivación, cantidad de preguntas, argumentación, etc., en cinco momentos durante los dos semestres de 2007. Inicialmente se utilizó el método tradicional para incorporar cinemática del plano y dinámica. Posteriormente, en los mismos grupos, se incorporó el tema de fluidos con clases expositivas cortas y el uso de la compuerta, monitoreando con los mismos indicadores de

la metodología tradicional. Con esta última se registran datos de muy bajo desempeño de los estudiantes. En contraste, con experimentos discrepantes se registran datos de alta motivación, interrogación, argumentación, atención de observación, búsqueda de información y trabajo colaborativo (ver Fig. 5).

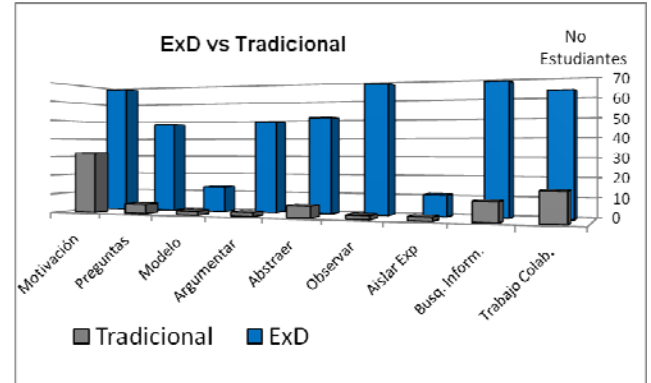


Figura 5. Se muestran las capacidades intelectivas ejercitadas o el nivel de comprensión de la compuerta en cerca de 70 estudiantes de física mecánica durante 2007. Las barras del gráfico indican el nivel de motivación, de capacidad de preguntas, de capacidad de modelar, de capacidad de argumentar, etc., para el método tradicional y la metodología con ExD.

Se observa, por mucho, que los estudiantes lograron mejor desempeño mediante esta metodología alternativa. Sin embargo, se observa que es un poco difícil que el estudiante llegue a la modelación del fenómeno y logre un experimento controlado que refute o verifique el modelo. En realidad, llegar a esta etapa tan avanzada de abstracción, incluso es difícil para el profesor.

IV. CONCLUSIONES

Se ha explicado el evento discrepante del flujo de aire desde el globo pequeño al globo grande mediante un enfoque mecánico sin tener en cuenta la naturaleza del gas que está dentro del globo. Para ello se ha partido de la idea de que la energía potencial del globo es directamente proporcional al área, y específicamente, a su radio. Con esta hipótesis se ha obtenido una expresión para dar cuenta de la presión del globo elástico en función de su radio. Se ha encontrado que éstas variables están en relación inversa y que por tanto, cuando el globo es de radio pequeño, la presión es más grande que cuando el globo es de mayor tamaño. Esto compagina con el mismo fenómeno, para burbujas de jabón, descrito por la ecuación de Young-Laplace.

Como resultado importante se ha demostrado que la diferencia de presión crece proporcionalmente desde el radio inicial hasta un valor máximo del duplo del mismo. Esto explica porque en observaciones sistemáticas del evento, se vislumbra que el fenómeno no sucede para todos los valores de radio, sino únicamente para aquellos que están en ese rango. Del mismo modo, se valida la

explicación de porque el globo es más difícil de inflar cuando su diámetro es pequeño.

Desde presupuestos teóricos termodinámicos se propone una manera de medir la constante elástica del globo obteniendo una expresión para lograrlo. Esto requiere un trabajo experimental posterior, así como la verificación de las expresiones (8) y (9) que dan cuenta del evento discrepante. Para esto, hemos logrado un montaje, con estudiantes de ingeniería, que permite controlar la presión del globo para distintos diámetros del mismo. El montaje consiste de un tubo en U con mercurio, en cuyos extremos colocamos un globo y un tubo con distintas válvulas para controlar la entrada de aire. Con ayuda de un dispositivo de inflado se evita contaminar el globo elástico al no inflarse directamente con la boca. Mediante este montaje se ha encontrado experimentalmente la forma de la curva dada en la Fig.3, pero aún queda un trabajo experimental más cuidadoso para un reporte posterior.

Este modelamiento ha surgido de la utilización de los experimentos discrepantes como metodología alternativa para la enseñanza de la física en ingeniería con un resultado exitoso de alto desempeño en la postura activa del estudiante. Ya en un trabajo anterior se había resaltado el fértil escenario que origina este tipo de montajes para la enseñanza-aprendizaje de la física. En esta experiencia, de nuevo, se muestra la gran movilización que hace el estudiante para explicar, buscar información, argumentar, abstraer modelos, matematizar, trabajar en grupo, etc.

Aunque hemos estado en el borde del objeto de estudio entre la Física y la enseñanza de la Física, es bastante notable el grado de abstracción que requiere un estudiante para la modelación del fenómeno. En efecto, esta dimensión del aprendizaje debe corresponder a una etapa cognitiva muy elevada que en un trabajo posterior debe caracterizarse precisando el rol que debe jugar el profesor para permitir un buen desempeño del estudiante. No obstante el mayor logro, es un escenario agradable con una dinámica de asombro y fantasía en la que convergen el maestro y el estudiante.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a la Universidad Central de Bogotá, a la Facultad de Ingeniería, a la Directora del Depto. de Ciencias Naturales, Leonor Hernández y a todas las personas de nuestra institución por el apoyo brindado al Proyecto de *Experimentos Discrepantes en la enseñanza de la Física en Ingeniería*. Un especial agradecimiento al profesor Guillermo Avendaño por sus sabias sugerencias y al profesor J. O. Organista por su fecunda plática.

REFERENCIAS

- [1] Barbosa, Luis. H., *Los Experimentos Discrepantes en el aprendizaje activo de la Física*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **2** (3), 246-252 (2008).
- [2] Barbosa, L. H., *Un movimiento discrepante en el estudio de una ley de la física de fluidos: La ecuación de Bernoulli*, Rev. Col. de Física **35**, 95-98 (2003).
- [3] Weinhaus, F., Barker, *On the equilibrium states of interconnected bubbles or balloons*. Am. J. Phys. **46** (10), 978-982 (1978).
- [4] Pellicer, J., García-Morales, y Otros, M. J., *On the demonstration of the of Young-Laplace equations in introductory physics courses*. Phys. Educ. **35** (2), 126-129 (2000).
- [5] Román, F. L., Faro, J., Velasco, S., *A simple experiment for measuring the surface tension of soap solutions*. Am. J. Phys. **69** (8), 920-921 (2001).
- [6] Ramme, G., *Surface tension from deflating a soap bubble*. Phys. Educ. **32** (3) 191-194 (1997).
- [7] Festinger, L., *A theory of cognitive dissonance*, Stanford, CA: Stanford University Press, (1957).
- [8] Ovejero, A., La teoría de la disonancia cognoscitiva. <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/727/72705116.pdf> Psicothema, **5**, No 001, 201-206. Consultado el 4 de noviembre de 2008.
- [9] Liem, Tik L., *Invitations to Science Inquiry*. Second Edition. California. (1982).
- [10] [http://www.jpimentel.com/ciencias_experimentales/pagwebciencias/pagweb/Los talleres de ciencias/presion/exp_presion_globos_vacio.htm](http://www.jpimentel.com/ciencias_experimentales/pagwebciencias/pagweb/Los_talleres_de_ciencias/presion/exp_presion_globos_vacio.htm), Consultado el 29 de noviembre de 2008.
- [11] Pellicer, J., Manzanares, J. A., Mafé, S., *The physical description of elementary surface phenomena: Thermodynamics versus mechanics*. Am. J. Phys. **63** (6), 542-546 (1995).
- [12] Greiner, W., Neise, L., Stocker, H., *Thermodynamics and Statistical Mechanics*. Springer Verlag. N. Y. 1995.
- [13] Franco, A., *Física con ordenador: Presión producida por la curvatura de una superficie*. <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/tension/laplace/laplace.htm>, Consultado el 3 de diciembre de 2008.
- [14] Barbosa, L. H., <http://lhbffisica.googlepages.com>, Consultado el 3 de diciembre de 2008.
- [15] Arfken, G., *Métodos matemáticos para físicos*. Editorial Diana. México, (1981).
- [16] Heisenberg, W., *“La imagen de la naturaleza”*, Edit. Muy Interesante, Barcelona, (1975).