

Velocidad terminal de una esfera descendente y la viscosidad de fluidos: diferencia entre fluidos newtonianos y no newtonianos



Leonor Pérez Trejo, Arturo F. Méndez Sánchez, Julia Mariana Iturbe Ponce
Departamento de Física, Escuela Superior de Física y Matemáticas, Instituto Politécnico Nacional, Edif. 9 U. P. "Adolfo López Mateos" C. P. 073380, México D. F.

E-mail: leopt@esfm.ipn.mx, aptypo@hotmail.com

(Recibido el 25 de Febrero de 2010; aceptado el 7 de Mayo de 2010)

Resumen

En este trabajo se presenta un método alternativo para determinar la velocidad límite, o terminal, de una esfera que desciende dentro de un fluido. Este método consiste en capturar en video el movimiento de la esfera dentro del fluido. El video digital se procesa con el software DivYX que permite obtener el tiempo y posición de la esfera en el medio. A partir del análisis de estas cantidades, es posible determinar la trayectoria de la esfera en el medio y el momento en que ésta alcanza la velocidad límite. Conociendo el valor de la velocidad terminal y haciendo un balance de las fuerzas que actúan sobre la esfera, se puede determinar la viscosidad del fluido. Asimismo, con este método se presenta una alternativa didáctica que ayude a los estudiantes a diferenciar entre fluidos newtonianos y los no newtonianos.

Palabras clave: Esfera descendente, velocidad terminal, viscosidad, fluidos newtonianos y no newtonianos.

Abstract

An alternative method to calculate the terminal velocity of a descending sphere on a viscous media is presented in this work. From a digital video filmed of the sphere's movement inside the fluid, which is processed with DivYX software for obtaining the position and time, it is possible to get the pathline of the sphere inside the media as well as the exact moment in which the terminal velocity is reached. Fluid's viscosity can be determined with the value of the terminal velocity and making a force balance on the sphere. A didactic alternative is presented with this method in order to help students understand the difference between Newtonian and Non-Newtonian fluids.

Keywords: Descending sphere, terminal velocity, viscosity, Newtonian and Non-newtonian fluids.

PACS: 01.50.My, 01.50.Pa, 47.50.+d

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Dentro de los cursos de fluidos en los primeros semestres de ingeniería y ciencias, se introducen conceptos abstractos que son complejos de visualizar para el estudiante. Uno de esos conceptos es el de velocidad límite (o velocidad terminal) de un objeto que desciende dentro de un fluido. Esta velocidad tiene la característica de adquirir un valor constante en algún punto de la trayectoria del objeto. Usualmente, en los cursos de laboratorio se calcula la velocidad de una esfera dentro de un fluido midiendo el tiempo que tarda en pasar por dos marcas fijas colocadas arbitrariamente en el recipiente contenedor. Sin embargo, la pregunta es ¿En dónde se colocan esas marcas para tener la certeza de que la velocidad calculada es la velocidad límite?

En este trabajo se presenta un método para calcular la velocidad terminal de una esfera que desciende dentro de un fluido haciendo uso del software DivYX, el cual ha

mostrado ser una herramienta didáctica muy importante de apoyo en los cursos de laboratorio [1].

Una aplicación del concepto de velocidad límite, es el cálculo del coeficiente de viscosidad de un fluido. Por lo que también se presenta una propuesta didáctica de práctica de laboratorio para diferenciar entre fluidos newtonianos y no newtonianos, lo cual en un laboratorio de enseñanza no siempre es posible debido a que el estudio de éstos últimos requiere de equipo costoso que en muchos casos es inaccesible en este tipo de laboratorios [2].

II. TEORIA

Si se considera un objeto que cae verticalmente en ausencia del aire, debido a la aceleración de la gravedad su velocidad se incrementaría con el tiempo. Sin embargo, las fuerzas de fricción o de resistencia del aire impiden que la velocidad aumente sin límite de tal manera que en algún

momento el objeto alcanza una velocidad constante denominada velocidad terminal o límite [3].

Ahora, si el objeto es una esfera que desciende verticalmente en un fluido en reposo, su velocidad terminal se puede calcular haciendo un balance de las fuerzas que actúan sobre ella [4]. En la figura 1 se presenta un esquema en el cual se representan las fuerzas que actúan sobre la esfera, éstas son el peso de la esfera ($\vec{w} = m\vec{g}$), el empuje (\vec{B}) y la fuerza de resistencia (\vec{f}) que ejerce el fluido sobre la esfera. Como el sentido positivo del sistema de referencia es hacia abajo y el movimiento es unidimensional, entonces al hacer el balance de fuerzas se tiene que:

$$mg = B + f, \quad (1)$$

la ecuación anterior se puede reescribir en términos de la densidad y volumen de la esfera,

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_f g + f, \quad (2)$$

donde ρ y r son la densidad y el radio de la esfera, respectivamente; ρ_f es la densidad del fluido y de la ley de Stokes se tiene que la fuerza de resistencia es $f=6\pi\eta r v$, en donde η es la viscosidad del fluido y v es la velocidad terminal de la esfera [4].

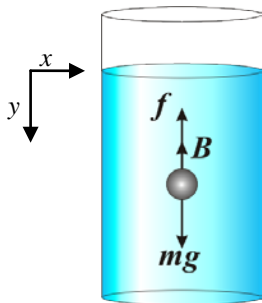


FIGURA 1. Balance de fuerzas—que actúan sobre una esfera sumergida en un fluido, mg es el peso, B es la fuerza de empuje y f es la fuerza de resistencia del fluido.

Finalmente, la ecuación 2 queda como:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_f g + 6\pi\eta r v. \quad (3)$$

En el análisis anterior se considera de antemano que la velocidad de la esfera es constante, es decir, que la esfera alcanza su velocidad terminal. Una vez conociendo esta velocidad, entonces de la ecuación 3 se puede obtener la siguiente expresión para la viscosidad

$$\eta = \frac{2r^2 g(\rho - \rho_f)}{9v}. \quad (4)$$

Por otro lado, el concepto de viscosidad, η , se introduce en los cursos a través de la ley de Newton la cual se representa de la siguiente manera:

$$\tau = \eta\dot{\gamma}, \quad (5)$$

donde τ está relacionado con la fuerza utilizada para hacer fluir al fluido y es llamado esfuerzo de corte, $\dot{\gamma}$ es la rapidez de deformación la cual está relacionada con el gradiente de velocidad local en el fluido. En el caso de una esfera descendiendo en un fluido, la rapidez de deformación es función de la velocidad de la esfera en el fluido [7].

Al representar gráficamente τ contra $\dot{\gamma}$, de acuerdo con la ecuación 5 se obtiene un línea recta cuya pendiente es la viscosidad, es decir, la viscosidad es constante e independiente de la rapidez de deformación, y por lo tanto independiente de la velocidad de la esfera. A los fluidos que siguen este comportamiento se les denomina newtonianos.

No obstante, existen fluidos de importancia industrial que no se comportan de acuerdo a la ley de Newton y son denominados no newtonianos. Para éstos se han propuesto ecuaciones empíricas o modelos, algunos de los cuales se pueden consultar en la referencia [8]. La viscosidad de los fluidos no newtonianos depende de la rapidez de deformación e implícitamente de la velocidad de la esfera, en el caso particular que aquí tratamos. Para estos fluidos se puede utilizar la ecuación 3 para calcular su viscosidad, pero en tal caso se hablará de una viscosidad aparente ya que ésta tendrá un valor diferente para cada velocidad límite de la esfera.

III. DESARROLLO EXPERIMENTAL

Para los experimentos se usaron probetas de 2 litros de capacidad las cuales tienen un diámetro interno de 7.93 cm y una altura de 50 cm. Se fabricaron varias esferas con pasta tipo arcilla para modelar, de tal manera que todas ellas tuvieron un diámetro de 2.19 ± 0.5 cm y así mantener una relación constante entre su diámetro y el del recipiente. Con el propósito de obtener diferentes velocidades de las esferas dentro del fluido, se varió la masa de éstas colocando en su centro pedazos de metal de diferente tamaño de tal manera que se cubrió el intervalo de 10.64 a 30.69 g.

Se utilizaron glicerina (fluido newtoniano) y shampoo (fluido no newtoniano) como medios viscosos con una densidad de 1.17 g/cm^3 y 1.13 g/cm^3 , respectivamente. Los experimentos se realizaron a una temperatura de 20°C , y consistieron en dejar caer cada una de las esferas en los medios viscosos. Se tomó un video digital del movimiento de la esfera en el fluido, y se procesó con el software DivYX para determinar el tiempo y la posición de la esfera cuando está descendiendo, una descripción completa de cómo funciona esta herramienta se puede encontrar en la referencia [1]. Es importante resaltar que el uso de este

software es una alternativa para la determinación de las variables tiempo-posición en estos sistemas en los que los métodos y equipos utilizados, por ejemplo velocimetría por imágenes de partículas o arreglos con cámaras ccd, son más complejos y demasiado costosos [5, 6].

IV. ANALISIS Y RESULTADOS

A. Velocidad terminal

Las figuras 2 y 3 muestran gráficas de tiempo-posición para algunas de las esferas utilizadas en la glicerina y el shampoo, respectivamente. En el caso de la glicerina se puede apreciar que al inicio de la curva la relación entre las variables no es lineal y conforme la esfera avanza la relación entre el tiempo y la posición se va haciendo lineal, lo que indica que la esfera alcanza su velocidad terminal, es decir, velocidad constante. Se puede observar que a mayor masa, menor es la distancia desde la superficie del fluido para que la esfera alcance su velocidad terminal.

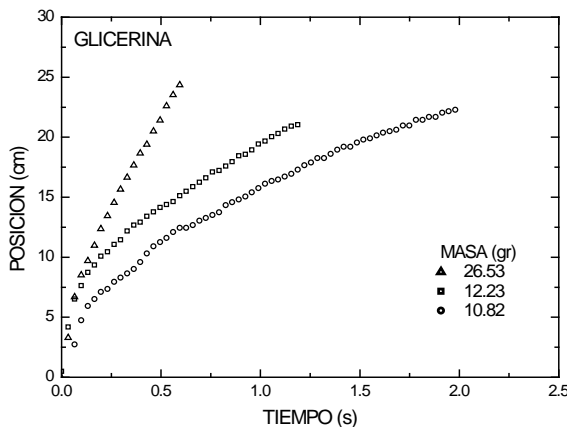


FIGURA 2. Posición en función del tiempo para esferas de diámetro de 2.19cm y diferente masa, descendiendo en glicerina.

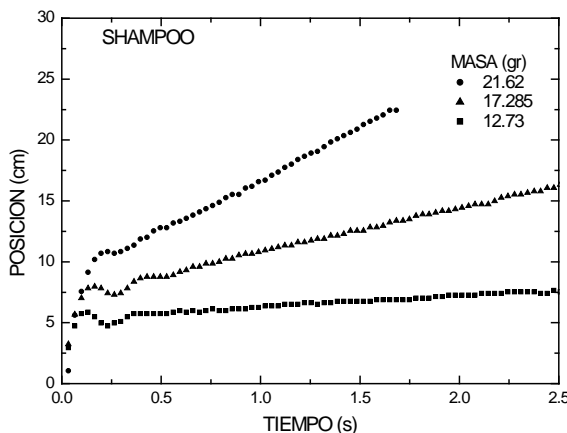


FIGURA 3. Posición en función del tiempo para esferas de diámetro 2.19cm y diferente masa, descendiendo en shampoo.

En el caso del shampoo se puede apreciar que la trayectoria de la esfera oscila al inicio. Este efecto se debe

a la energía elástica almacenada en el fluido, la cual provoca un efecto de rebote amortiguado, similar al que ocurre con una pelota de hule al impactarse con una superficie sólida. Una vez pasado el efecto elástico, la relación entre tiempo y posición es lineal. Lo cual indica que se ha alcanzado una velocidad constante. La figura 3 permite mostrar un efecto que es poco discutido en clase con los estudiantes, y es el comportamiento viscoelástico del shampoo, es decir, además de ser viscoso también es elástico [9].

Es posible que en las gráficas de tiempo-posición se dificulte la elección de puntos experimentales que cumplen con la relación lineal, por lo que es recomendable cambiar la escala lineal por logarítmica y así el estudiante podrá identificarlos mejor pues en esta escala son más notorios los cambios de pendiente. En las figuras 4 y 5 se presentan los valores de tiempo y posición en escala logarítmica que corresponden a los mostrados en las figuras 2 y 3, respectivamente. Las líneas mostradas en las figuras 4 y 5 incluyen los datos para los que la relación es estrictamente lineal y por medio de un ajuste por mínimos cuadrados se calculó la velocidad terminal cuya magnitud se incluye en estas gráficas.

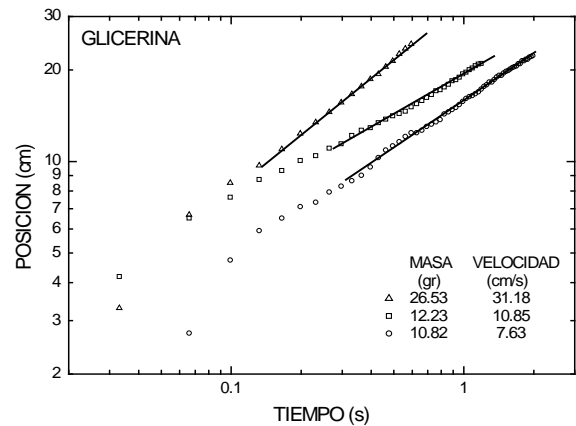


FIGURA 4. Gráfica de tiempo-posición en escala logarítmica de los datos mostrados en la figura 2.

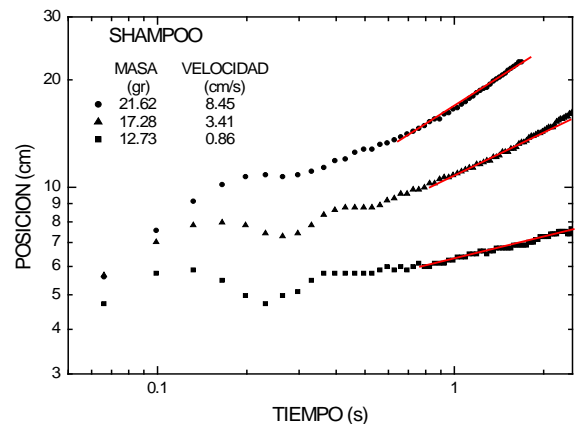


FIGURA 5. Gráfica de tiempo-posición en escala logarítmica de los datos mostrados en la figura 3.

En la glicerina, es de hacer notar que el desplazamiento de las esferas para el cual se ha alcanzado la velocidad terminal es del orden de 10 cm, desde el nivel del fluido en el recipiente, para los tres ejemplos que se tienen en la figura 4. Mientras que para el shampoo está distancia es diferente para cada esfera. Por lo que la práctica de medir el tiempo de descenso entre dos marcas fijas para determinar la velocidad límite es inadecuada.

B. Viscosidad

Con los valores de la velocidad terminal de las esferas y la ecuación (4), se calculó la viscosidad para cada fluido. Los valores se muestran graficados como función de la masa de las esferas en la figura 6.

Se puede observar que para la glicerina se obtiene un valor de η independiente de la masa de las esferas, mientras que para el shampoo se obtiene un valor de viscosidad diferente con cada esfera. Con esta gráfica ya es posible identificar la diferencia entre un fluido newtoniano y uno no newtoniano.

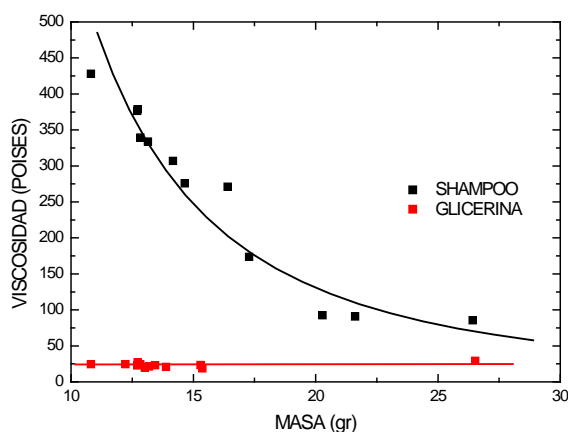


FIGURA 6. Viscosidad como función de la masa de esferas.

En la figura 7 se muestran los valores de viscosidad como función de la velocidad de las esferas. Para la glicerina se observa un valor constante de la viscosidad, es decir, no depende de la velocidad y por consiguiente de la rapidez de deformación, por lo tanto podemos decir que la glicerina es un fluido newtoniano.

Por otro lado, se tiene que para el shampoo su viscosidad disminuye cuando la velocidad de las esferas aumenta, por lo que al haber esta dependencia, se puede decir que es un fluido no newtoniano. A los fluidos que tienen este comportamiento se les conoce como pseudoplásticos o adelgazantes [2, 7, 8].

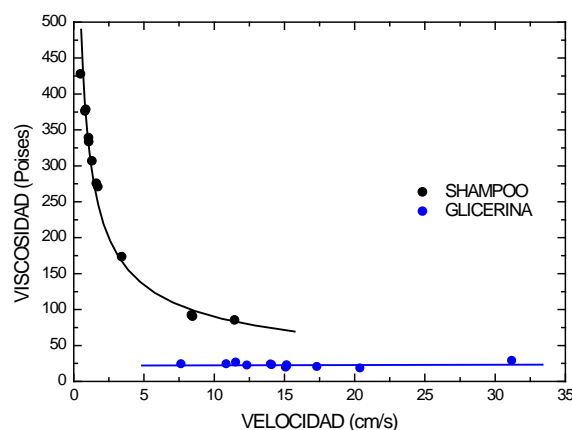


FIGURA 7. Viscosidad en función de la velocidad terminal de las esferas.

IV. CONCLUSIONES

Se presentó un método sencillo para que los estudiantes mediante un análisis de graficas de tiempo y posición puedan determinar cuando se ha alcanzado la velocidad terminal de una esfera descendiendo en un fluido. Se mostró que este experimento sirve como alternativa didáctica de bajo costo para que los alumnos de ingeniería y ciencias puedan diferenciar entre fluidos newtonianos y no newtonianos. Además, en el caso del shampoo se permitió mostrar un ejemplo de un fluido que además de tener viscosidad posee elasticidad, es decir, es viscoelástico.

AGRADECIMIENTOS

Los autores Méndez Sánchez y Pérez Trejo son becarios COFAA y EDD del IPN. Iturbe Ponce es becaria PIFI-IPN.

REFERENCIAS

- [1] Pérez Trejo, L., Méndez Sánchez, A., Hernández Flores, H., *Implementación del software DivYX en el laboratorio de mecánica*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **2**, 268-274 (2008).
- [2] Delegido, J., Dolz, M., Hernández, M. J., Casanovas, A., *La balanza electrónica: la opción más rentable para realizar distintas prácticas de laboratorio de física de fluidos*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **2**, 40-46 (2008).
- [3] Resnick, R, Halliday, D., Krane, K. S., *Física Vol. I* 5a edición, (CECSA, México, 2004).
- [4] Sears, F. y Zemansky, M., *Física General* (Aguilar, Madrid, 1981).
- [5] Lommatzsch, T., Megharfi, M., Mahe, E. and Devin, E., *Conceptual study of an absolute falling-ball viscometer*, Metrología **38**, 531-534 (2001).

[6] Brizard, M., Megharfi, M. and Verdier, C., *Absolute falling-ball viscometer: evaluation of measurement uncertainty*, *Metrología* **42**, 298-303 (2005).

[7] Dolz, M., Delegido, J., Casanovas, A. and Hernández, M. J., *A low cost experiment on Newtonian and No Newtonian fluids*, *J. Chem. Educ.* **82**, 445-447 (2005).

[8] Bird, R. B., Stewart, W. E and Lightfoot, E. N., *Fenómenos de Transporte*, (Reverté, España, 2001).

[9] Morrison, F. A., *Understanding rheology*, (Oxford University Press, London, 2001).