

# Resolución de problemas, comprensión, modelización y desempeño: un caso con estudiantes de ingeniería\*



Zulma Gangoso<sup>1</sup>, María Elena Truyol<sup>1</sup>, Isabel Brincones<sup>2</sup>, Alberto Gattoni<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba, Medina Allende y Haya de la Torre s/n, Ciudad Universitaria, CP 5000, Córdoba, Argentina.

<sup>2</sup>Departamento de Física, Universidad de Alcalá, Edificio de Ciencias, Campus Universitario, Ctra. Madrid-Barcelona, Km.33,600, Madrid, España.

(\*)Aspectos sustanciales de este trabajo fueron presentados en una ponencia en el V Congreso Internacional de Didáctica de las Ciencias y X Taller Internacional de Enseñanza de la Física, La Habana, Cuba, Marzo 2008.

**E-mail:** zulma@famaf.unc.edu.ar

(Recibido el 27 de Junio de 2008; aceptado el 19 de Agosto de 2008)

## Resumen

El presente trabajo se enmarca dentro de un proyecto orientado a refinar un modelo teórico de comprensión de problemas en física. El desarrollo tiene en cuenta el progresivo proceso de abstracción y formalización necesario para alcanzar la solución de un problema de los que habitualmente se presentan en la instrucción. Sobre esa base se ha diseñado un instrumento para analizar registros escritos [1, 2]. En este caso se utiliza el modelo teórico y el instrumento desarrollado para estudiar el proceso de resolución de un problema solicitado a 70 alumnos en un examen de primer curso de una carrera de Ingeniería de una universidad española. Se encuentra que los sujetos generan representaciones de la situación planteada que tienen diferente nivel de abstracción y que cada una de ellas correlaciona significativamente con la representación de mayor nivel de abstracción correspondiente. La calificación dada por los correctores de los problemas en situación de examen correlaciona con la construcción de representación de mayor nivel de abstracción.

**Palabras clave:** modelado, comprensión, resolución de problemas, desempeño.

## Abstract

The present work is part of a larger project aimed at refining a theoretical model for physics problems comprehension. This model takes into account the increasing abstraction and formalization necessary to achieve a solution in typical end-of-chapter problems. An instrument has been designed on this basis to analyze written records [1, 2]. In this work, this instrument is used, together with the theoretical model, to study the solving process of one problem, as carried out by 70 students during an exam of an Engineering career in a Spanish University. Results show that students generate representations of the situation posed which have varying degrees of abstraction, and that each of these constructions significantly correlates with the corresponding representation of high degree of abstraction. The mark given by the teaching staff grading the tests also significantly correlates with the representation of a higher degree of abstraction.

**Keywords:** modeling, comprensión, problem solving, performance.

**PACS:** 01.40.-d, 01.4.Fk, 01.40.Ha.

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

La actividad de resolución de problemas en las clases de ciencias tiene casi tanta importancia como vaguedad en la definición. Los profesores le adjudican gran valor pero las razones por lo que lo hacen son de muy variada naturaleza. Tiene cierta lógica que así sea teniéndose en cuenta que durante mucho tiempo, resolver problemas ha resultado prácticamente indistinguible del propio pensamiento [3]. La amplitud y falta de precisión, sumada a la dificultad de describir el proceso, se ha manifestado en la diversidad de

enfoques teóricos y metodológicos de los estudios realizados hasta la mitad del Siglo XX. En muchos casos no resultan comparables ni la noción de problema, ni qué significa resolver un problema. De allí lógicamente se deriva un amplio conjunto de contextos, criterios e instrumentos utilizados para medir desempeño y, de ese modo, las posibilidades de orientar la instrucción han resultado siempre limitadas y de escaso impacto.

A partir de las décadas 70-80, concurren varios factores para que se produzcan cambios cualitativos que permiten echar luz sobre la definición de los problemas y las

metodologías empleadas. Se hace posible categorizar investigaciones en torno a algunas variables o factores explicativos de desempeño. Si bien la clasificación es tentativa, resulta posible agrupar las investigaciones según consideren características de: la situación planteada como problema; de la persona que resuelve; del proceso puesto en juego y del entorno de resolución. [4].

Paralelamente, mejores posibilidades en el procesamiento de información y el desarrollo de simulaciones, aportan resultados experimentales dentro de una “nueva psicología cognitiva” que permite estudiar y diferenciar con bastante claridad características de sujetos, resolviendo problemas en variados campos disciplinares, que la literatura denomina “expertos” de otros que llama “novatos”.

Estos avances, sin embargo, dejan una laguna entre el conocimiento “experto” y el “novato”. Uno de los problemas es que el novato generalmente viene caracterizado “por lo que *no* hace”. De ese modo no aportan para comprender por qué algunos estudiantes parecen aprender mientras resuelven problemas y otros no. Tampoco pueden dar cuenta de cuáles son los criterios que los sujetos usan para no aplicar conocimiento relevante que luego demuestran que sí tienen [5].

Atendiendo a esto, y con el objeto de proponer orientaciones didácticas fundamentadas, se entiende necesario contar con algún modelo de comprensión de problemas sustentado en la estructura de la disciplina, en los avances en psicología cognitiva y en la estructura epistemológica del conocimiento físico [4].

Resulta así fundamental profundizar estudios que aborden la relación dialógica que se produce entre la tarea -presentada a través de un enunciado propuesto como problema- y el sujeto que debe resolver, todo ello en el contexto de situaciones instruccionales.

El presente trabajo informa sobre un estudio que articula una fase de construcción teórica en la que se refina un modelo cognitivo para la comprensión de problemas de física con una etapa de desarrollo y aplicación del instrumento para analizar registros escritos

## II. ANTECEDENTES Y FUNDAMENTOS TEÓRICOS

La preocupación acerca de cómo los humanos resuelven problemas tiene una larga tradición y puede adscribirse a diversos campos de conocimientos. La complejidad de la tarea ha necesitado de desarrollos interdisciplinares de modo que recién en los últimos cuarenta años se han producido algunos avances significativos.

Durante las décadas 70-80, se producen desarrollos que permiten distinguir con claridad el conocimiento y habilidades puestas en juego por sujetos en etapa de instrucción llamados “novatos” -en la literatura- respecto al de sujetos con dominio en un área específica de conocimiento denominados “expertos”. El *Learning Research and Development Center of University of Pittsburgh*, reporta en “Publications on the Nature of Skill

and Expertise” más de 100 estudios desarrollados entre 1985 y 1998.

La mayor parte de los trabajos mencionados está orientada al desarrollo de sistemas expertos, de modo que la instrucción y la educación formal son contextos raramente tratados. Se pretende describir con precisión creciente las diferencias entre un novato y un experto sin interesar cómo un novato se convierte en experto, lo que significa que el aprendizaje no es directamente objeto de estudio. Cualquier intento por transferir o adaptar estos resultados a las aulas debe tener en cuenta esta limitación.

En razón de ello, se hace necesario caracterizar las tareas que en las clases de física se consideran problemas y que son objeto de estudio en esta presentación. Los problemas utilizados en las aulas, en general, son bien definidos, tienen alguna solución, pueden ofrecer caminos alternativos para alcanzarla y son preparados por expertos. Las situaciones físicas son presentadas a los alumnos mediante representaciones externas, generalmente en formato de un texto, que se denomina “enunciado del problema”. El texto puede incluir lenguaje natural, símbolos, gráficos y figuras de diferente nivel de abstracción. El enunciado combina una historia verosímil (contexto), con objetos y eventos apropiados (características superficiales) que embeben conceptos específicos e incluyen alguna demanda que puede ser resuelta utilizando leyes o principios [6, 7].

Sobre este tipo de problemas los estudios muestran que un aspecto relevante del comportamiento de un experto en física consiste en que éste intenta comprender la situación, elabora una discusión y realiza predicciones cualitativas y, sobre esa base, construye una representación formal del problema [8]. Esta representación formal, subsume los objetos y eventos descriptos en la situación en conceptos, leyes y principios, dando lugar a modelos físicos abstractos que, finalmente, se escriben en lenguaje matemático. Hoy se comprende que la competencia para resolver problemas de física radica por tanto, en la habilidad para representar las situaciones del mundo en términos de modelos.

Gerace *et al.* [6] describen con claridad las habilidades metacognitivas puestas de manifiesto por los expertos y es que “son capaces de pensar en el problema, mientras resuelven el problema”. Los estudiantes, sin embargo a menudo, empiezan a resolver problemas “buceando” en expresiones numéricas o algebraicas, manipulando ecuaciones tratando de “llenar huecos” hasta encontrar la respuesta. Sólo ocasionalmente utilizan su conocimiento conceptual para comprender la situación y menos aún para analizarla. Esta carencia, hace difícil que puedan planear caminos de acción ni dar significado físico a la solución que obtienen. Al llegar al resultado, rara vez controlan su razonabilidad ya que la situación, para ellos, ha quedado sin sentido en las primeras etapas.

Nathan *et al.* [9] proponen un *modelo de comprensión de problema* basado en la teoría de procesamiento de discurso de van Dijk y Kintsch [10, 11, 12, 13]. La teoría se propone para los denominados *algebra-word-problem* o problemas de cálculo en cursos básicos de universidad. Esta propuesta, se enfoca sobre la representación mental

que se genera en el estudiante durante la lectura comprensiva del enunciado a la que denominan “Modelo de la Situación”. Este modelo evoluciona hacia un “Modelo de Problema” en el que se incorporan las ecuaciones en lenguaje matemático. La propuesta de Nathan, si bien interesante, resulta de difícil aplicación cuando los enunciados no corresponden a problemas simples de cálculo. En los problemas habituales de los cursos básicos de universidad, las “reglas” para establecer correspondencias son reguladas por las leyes de la física y son parte del conocimiento específico al que la persona que resuelve debe acceder [14].

Empieza a vislumbrarse que la comprensión y solución de un problema, cuando es exitosa y conduce a aprendizaje, incorpora ineludiblemente un proceso de modelado en el que intervienen aspectos cognitivos y metacognitivos que es necesario tener en cuenta.

Dufresne, *et al.* [15] desarrollan un modelo cognitivo para la estructura de conocimiento. En él se reconocen conocimientos dinámicos que son puestos en juego durante la solución de problemas de física. Conciben *Conocimiento Conceptual*, *Conocimiento Procedural* y *Operativo*, *Conocimiento de Estado Situaciones*, todos ellos jerárquicamente organizados y relacionados entre sí. En un nivel superior conciben al *Conocimiento Estratégico*, puesto de manifiesto como la habilidad para saber *qué, en qué casos y cómo* recuperar los conocimientos anteriores.

El Modelo de “Comprensión para la Resolución de Problemas en Física” que da fundamento a este trabajo, propuesto por Gangoso inicialmente en 2005 [7], tiene como soporte psicológico el modelo de Comprensión de Kintsch [12] y Modelo de estructura de Conocimiento de Dufresne *et al.* [15] y como soporte ontológico y epistemológico la clasificación propuesta por Chi [16]. Para abarcar los problemas instruccionales de física, este Modelo de Comprensión adapta la propuesta de Kintsch conservando la representación *Modelo de la Situación* (MS) pero disociando la representación “Modelo de Problema” propuesto [9, 10] en dos representaciones diferentes: el *Modelo Físico Conceptual* (MFC) y el *Modelo Físico Formalizado* (MFF).

En resumen, el modelo de comprensión de problemas instruccionales de física propuesto postula la existencia de tres niveles de representación con diferente naturaleza ontológica y diferente nivel de abstracción, desde los objetos y hechos del mundo (categorías concretas, no abstractas), hasta las entidades matemáticas, pasando por los conceptos, magnitudes, principios y leyes físicas (categorías abstractas).

El modelo propuesto tiene en cuenta la complejidad y dinámica del proceso. El *Modelo de la Situación* que mayor probabilidad tiene de evolucionar hacia el *Modelo Físico Formalizado* será aquel que integre los objetos y eventos que son esenciales para describir la evolución del sistema físico presentado en el enunciado. Así el *Modelo Físico Conceptual* se concibe como una representación - del tipo del *Modelo de la Situación* pero de naturaleza ontológica diferente- que puede subsumir los objetos en conceptos y los eventos en las leyes físicas

correspondientes. Se incorporan también procedimientos: condiciones de validez, posibilidad de generalización, etc. De esta manera, el *Modelo Físico Conceptual* que tiene más posibilidades de evolucionar al *Modelo Físico Formalizado* es aquel que ha podido incorporar de manera sustancial estos elementos de forma de dar cuenta de la evolución del sistema. Los cambios de representación se reflejan en cambios de lenguaje y el modelo de estructura de conocimiento propuesto auxilia la comprensión de cada cambio. El *Modelo Físico Formalizado* -representación expresada en lenguaje matemático- está en condiciones de incorporar los datos necesarios para realizar cálculos y obtener resultados con significado físico.

Las habilidades para construir las diferentes representaciones de un problema no son capacidades innatas en los sujetos y no forman parte del conocimiento vulgar, por lo tanto si no son puestas en juego o exigidas en una tarea instruccional, no tienen por qué desarrollarse.

### III. EL INSTRUMENTO

La diversidad de fundamentos teóricos y contextos diferentes ha dado lugar a un amplio conjunto de instrumentos utilizados para generar registros y datos de desempeño. Aceptando que se trata de fenómenos cognitivos no accesibles a la observación directa, y que buena parte de ellos se desarrollan en la memoria de trabajo, se limitan las posibilidades de elección de dichos instrumentos. Los protocolos verbales concurrentes de pensamiento en voz alta aparecen como el instrumento más idóneo para recoger este tipo de información pero, el tiempo de procesamiento que implican estos registros, limita el número de casos a los que se pueden aplicar. En grupos experimentales numerosos, los registros de lápiz y papel de soluciones pueden ser utilizados siempre que se acepte suponer que los registros escritos de un alumno dan cuenta de aspectos relevantes del proceso de solución y se corresponden con las distintas representaciones construidas a lo largo de dicho proceso.

Con estos recaudos, en el marco de un estudio previo [1, 2] se desarrolló un instrumento que permite analizar resoluciones escritas de problemas, en base a algunos indicadores que resultan significativos y dan cuenta de las habilidades cognitivas que los estudiantes ponen en juego en el proceso de resolución de problemas en física (Ver Tabla I). Mediante la utilización de este instrumento se obtienen datos sobre: presencia de reconocimiento de objetos y eventos, presencia del conocimiento conceptual involucrado, condiciones de aplicación de las leyes o principios físicos implicados y presencia de ecuaciones con significado físico que representen la situación descrita en el enunciado del problema.

De lo planteado hasta el momento, la relación dialógica entre el texto enunciado y el lector podría, en términos generales, describirse como sigue: El texto enunciado del problema presenta las características superficiales con las que el lector, utilizando su conocimiento del mundo construye el *Modelo de la Situación*. Luego, en proceso de

abstracción usando su conocimiento específico, subsume objetos y eventos en conceptos y leyes para generar el *Modelo Físico Conceptual*. Cuando los eventos, explicados por leyes físicas, se expresan matemáticamente en forma de ecuaciones se ha generado el *Modelo Físico Formalizado*, sobre el cual se pueden realizar cálculos. Entonces resulta plausible considerar que las dimensiones *Objetos* y *Eventos* proporcionan información referente al *Modelo de la Situación* construido. *Conceptos*, *Ecuaciones con sentido físico* y *Condiciones de aplicación* se consideran indicadores para el *Modelo Físico Conceptual* y que *Ecuaciones con sentido situacional* provee información sobre el *Modelo Físico Formalizado*.

**TABLA I.** Dimensiones de análisis del instrumento propuesto.

<i>Variable</i>	<i>Definición operacional</i>
<i>Objetos</i>	Presencia de evidencia de los objetos, relevantes para la situación, involucrados en el enunciado del problema.
<i>Eventos</i>	Presencia de evidencia o discusión de la evolución en el estado de los objetos.
<i>Predicciones cualitativas</i>	Presencia de evidencia o discusión de una hipótesis inicial sobre el posible resultado del problema o resultados intermedios que puedan ser utilizados en la resolución.
<i>Cambios de representación</i>	Presencia de evidencia de representación de aspectos relevantes del problema en un formato distinto al presentado en el enunciado.
<i>Conceptos</i>	Presencia de conceptos físicos relevantes para la descripción de la situación.
<i>Ecuaciones con sentido físico</i>	Presencia de relaciones correctas entre las distintas leyes y principios involucrados.
<i>Condiciones de aplicación</i>	Análisis y control sobre la validez (o restricciones) de la aplicación de las distintas leyes o principios.
<i>Ecuaciones con sentido situacional</i>	Presencia de la representación de la situación planteada en términos formalmente correctos.
<i>Cálculos</i>	Realización de cálculos válidos y correctos.
<i>Análisis de resultados</i>	Presencia de elementos de discusión sobre la validez de los resultados obtenidos, contrastación con la situación predicha originalmente.

La variable *Predicciones cualitativas*, si bien aspecto distintivo del comportamiento experto y exitoso, no será tenida en cuenta en este estudio dada la limitación de los registros escritos. En general, aún los expertos, hacen esta operación “mentalmente” y cuando la verbalizan no suelen dejar registro escrito de ella. Otro tanto sucede con el *Cambio de representación*, entendido como el proceso de abstracción para pasar de un nivel a otro del que puede no quedar registro escrito. Lo que queda es el resultado del

proceso expresado en forma de conceptos, leyes o principios.

Con objeto de estudiar algunas posibles correlaciones entre los diferentes niveles de representación, se construyen índices ponderados que pretenden establecer algún orden -no intervalo- entre las representaciones generadas. En ese sentido se dice que un *Modelo de la Situación* es “más completo” que otro cuando incorpora mayor cantidad objetos y eventos de aquellos que resultan relevantes a la situación planteada. El mismo criterio se sostiene para los otros niveles de representación.

#### IV. ESTUDIO EMPÍRICO

Los registros analizados con el instrumento construido constituyen una muestra accidental constituida por 70 exámenes finales escritos correspondientes al primer turno de la asignatura “Fundamentos Físicos de la Informática” en Enero del 2007. En el presente trabajo se analiza uno de los problemas del examen (Ver Anexo).

Se construye una planilla a partir de dos resoluciones expertas del problema, y se determinan los elementos pertenecientes a cada una de las dimensiones propuestas en la Tabla I, a saber: objetos involucrados, eventos que se desarrollan, posibles cambios de representación, conceptos que subsumen los objetos, las interacciones entre estos conceptos (leyes o principios que explican la situación), condiciones de aplicación de estas leyes y principios y las distintas ecuaciones que representan la situación descrita en el enunciado (Ver Anexo). Una vez lograda la planilla consensuada, se considera que esa tiene los elementos para construir los modelos “más completos”. Determinados los elementos correspondientes a cada dimensión, se identifica en los protocolos escritos su presencia o ausencia, señalándola como (1) o (0) respectivamente.

La fiabilidad de estos procesos de medida empleados en los protocolos escritos fue verificada utilizando dos correctores actuando en una muestra aleatoria de 10 exámenes, alcanzando un índice de concordancia Kappa  $\kappa = 0,79$  con  $s(\kappa) = 0,03$ . El valor de cada dimensión se obtiene mediante la suma de la medición obtenida para cada uno de los elementos pertenecientes a la misma. Como el número de elementos de cada dimensión es variable, en función de la dimensión que se trate y del correspondiente enunciado, se unifican los valores obtenidos en la suma llevándolos a una escala ordinal de tres valores (Ver Tabla II).

A partir de estas dimensiones analizadas se construyen los índices que darán cuenta de las representaciones construidas por los estudiantes durante el proceso de resolución del problema y que se constituyen en las variables de este estudio (Ver Tabla III).

**TABLA II.** Ejemplo de construcción de los valores de las dimensiones analizadas.

	Plantilla	Alumno i	Alumno ii	Alumno iii	Alumno iv
Número de elementos presentes en la resolución	3	3	2	1	0
Valoración		2: presencia	1: a veces	1: a veces	0: ausencia

Como se muestra en la Tabla III, la construcción de estos índices se lleva a cabo a partir de los valores de las dimensiones que teóricamente dan cuenta de algún aspecto de la representación correspondiente. Dado que cada modelo contiene distinto número de dimensiones, se suman los valores de cada una de estas dimensiones interviniendo con igual peso y el resultado de esa suma es llevado a una escala ordinal de cuatro valores.

En cuanto al desempeño de los alumnos, la variable utilizada que da cuenta de ello es la nota que los correctores del examen asignaron a la resolución del problema considerado. Estas notas fueron convertidas a una escala ordinal de cuatro valores atendiendo al criterio presentado en Tabla IV.

**TABLA III.** Criterios de construcción de índices.

Variable	Dimensiones (sumadas con igual peso)	Escala ordinal utilizada
<b>MS</b> Elementos del modelo de la situación	<ul style="list-style-type: none"> <li>Objetos</li> <li>Eventos</li> </ul>	0 : No representa 1 : Representación insuficiente 2 : Representación parcial 3 : Si representa
<b>MFC</b> Elementos del modelo físico conceptual	<ul style="list-style-type: none"> <li>Conceptos</li> <li>Ecuaciones con sentido físico</li> <li>Condiciones de aplicación</li> </ul>	
<b>MFF</b> Elementos del modelo físico formalizado	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ecuaciones con sentido situacional</li> </ul>	

**TABLA IV.** Criterios de construcción – Variable Nota.

Variable	Escala ordinal utilizada	Categoría frente a la cátedra
<b>NOTA</b> asignada a la resolución del problema	0 : [0;2] 1 : [3;4] 2 : [5;7] 3 : [8;10]	no aprobado no aprobado aprobado aprobado

## V. RESULTADOS

En un primer análisis se trabajan las variables definidas a un nivel de estadística descriptiva. La Tabla 5 muestra la distribución porcentual de las mismas.

Es posible observar en la Tabla 5 que los porcentajes de construcciones completas de las distintas representaciones resulta 31,4% para el *Modelo de la Situación* (MS), el 35,7% para el *Modelo Físico Conceptual* (MFC) y del 20% para el *Modelo Físico Formalizado* (MFF). Si se considera la suma

de las representaciones parciales con las completas, los porcentajes ascienden considerablemente resultando 90% para *Modelo de la Situación*, 91,4% para *Modelo Físico Conceptual* y 70 % para el *Modelo Físico Formalizado*. Debe tenerse en cuenta sin embargo, que las representaciones parcialmente completas pueden no ser comparables entre sí, ya que los elementos presentes o ausentes pueden no tener la misma relevancia para dar cuenta de la situación. No se encuentran resoluciones que no evidencien algún nivel de construcción del MS y del MFC aunque más no sea en un nivel insuficiente.

Un segundo análisis a realizar a nivel de estadística descriptiva consiste en separar la muestra de acuerdo a la variable *Nota* según aprobados y no aprobados. Como se expresó, el equipo corrector es externo a esta investigación, por lo cual los criterios de asignación de puntajes a las resoluciones podrían no coincidir con la valoración de un proceso de modelado. Los resultados se presentan en la Tabla 6.

En cuanto a las resoluciones aprobadas resulta, de las dos primeras filas de la Tabla 6, que no hay estudiantes que aprueben el examen sin hacer representaciones o haciéndola insuficiente. Hay un 3,6% que tiene algún indicio de MFF insuficiente, posiblemente correspondiente a alumnos que escogen del libro alguna ecuación relacionada. En cambio, en la tabla de no aprobados, en la segunda fila se cuentan los alumnos que hacen representaciones insuficientes con proporciones 16,7%, 14,3% y 38,1%. Interesa observar esta última cifra que probablemente corresponde a alumnos que escriben “fórmulas” incompletas sin haber realizado representaciones previas.

Observando las últimas filas de cada grupo, alumnos que hacen representaciones completas, se observa importante diferencia entre aprobados y no aprobados. Especialmente apreciables en las construcciones *Modelo Físico Conceptual* y *Modelo Físico Formalizado*, 78,6% y 7,1% para el primero y 50% y 0 para el *Modelo Físico Formalizado*. Hay un 25 % (78,6 -53,6) de alumnos que han aprobado y construyen la representación conceptual sin pasar por una situacional. Esta diferencia puede deberse a que el texto enunciado del problema dirige directamente a la conceptualización y ese grupo de alumnos considera no necesaria la representación de objetos y eventos.

**TABLA V.** Distribución porcentual de las variables.

	Variable		
	Distribución en porcentajes		
	MS	MFC	MFF
No representa	0	0	5,7
Representación insuficiente	10,0	8,6	24,3
Representación parcial	58,6	55,7	50,0
Si representa	31,4	35,7	20,0

**TABLA VI.** Distribución porcentual de las variables por nota.

		MS	MFC	MFF
Aprobados	No representa	0	0	0
	Rep. insuficiente	0	0	3,6
	Rep. parcial	46,4	21,4	46,4
	Si representa	53,6	78,6	50
No aprobados	No representa	0	0	9,5
	Rep. insuficiente	16,7	14,3	38,1
	Rep. parcial	66,6	78,6	52,4
	Si representa	16,7	7,1	0

## VI. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para facilitar el análisis de resultados se estudia la existencia o no de correlación entre las variables definidas para este artículo. En el presente trabajo el coeficiente de correlación elegido es el Tau-b, mediante la utilización del paquete estadístico SPSS, que no solo calcula el valor de la correlación sino que también realiza la prueba de significación (a un nivel de 0,01).

Los valores de las correlaciones obtenidas son presentados en la Tabla VII, en donde las correlaciones significativas son marcadas específicamente. De esta tabla, interesa señalar algunas correlaciones: MS – MFC, MFC – MFF, MFF – Nota, MFC – Nota (Ver Tabla VII).

**TABLA VII.** Matriz de correlación – Tau-b de Kendall. CC: coef. de correlación; sig: error; N = 70; (\*\*) correlación significativa a 0,01 (2 colas).

		MS	MFC	MFF	Nota
MS	CC	1,000	,391(**)	,362(**)	,317(**)
	sig	.	,001	,001	,003
MFC	CC	,391(**)	1,000	,663(**)	,693(**)
	sig	,001	.	,000	,000
MFF	CC	,362(**)	,663(**)	1,000	,597(**)
	sig	,001	,000	.	,000
Nota	CC	,317(**)	,693(**)	,597(**)	1,000
	sig	,003	,000	,000	.

Una de las posibles alternativas para la obtención de mayor detalle en relación a la fortaleza de las correlaciones es el análisis de las tablas de contingencia. En ellas es posible analizar de qué manera se encuentran distribuidos los distintos casos en relación a las dos variables consideradas, por medio de sus frecuencias conjuntas.

En la Tabla VIII se muestra la relación entre MS y MFC. La primera fila indica que no hay ningún caso en que se construya MFC sin haber construido algún nivel de representación del MS. Sin embargo, hay sujetos que construyen un MFC sin haber construido un MS completo.

Este hecho fue ya interpretado en el análisis de la Tabla V. Por otro lado, hay 7 sujetos que a pesar de construir un MS completo no pueden construir un MFC completo lo que daría indicios de alumnos que pueden interpretar la situación en término de objetos del mundo pero no tienen a disposición conocimiento específico para hacerlo en términos físicos.

En la Tabla IX se muestra MFC vs MFF. Los elementos por encima de la diagonal mayor nos indican que solamente un individuo pudo construir un MFF completo a partir de un MFC parcialmente completo. No hay ningún caso en que se construya MFF en algún nivel, sin construir en algún nivel el MFC. Por su parte, los elementos por debajo de la diagonal mayor muestran que hay sujetos que a pesar de construir MFC completos no llegan a construir un adecuado MFF. Ninguno de los que construyeron un MFC completo construye MFF insuficientes. Se interpreta que la construcción de un MFC más completo facilita -no garantiza- la construcción del MFF adecuado.

**TABLA VIII.** Tabla de contingencia – Modelo de la Situación vs Modelo Físico Conceptual.

		MFC				Total
		NR	RI	RP	SR	
MS	NR	0	0	0	0	0
	RI	0	0	6	1	7
	RP	0	6	26	9	41
	SR	0	0	7	15	22
Total		0	6	39	25	70

**TABLA IX.** Tabla de contingencia – Modelo Físico Conceptual vs Modelo Físico Formalizado

		MFF				Total
		NR	RI	RP	SR	
MFC	NR	0	0	0	0	0
	RI	2	4	1	0	6
	RP	2	13	23	1	39
	SR	0	0	12	13	25
Total		4	17	35	14	70

En cuanto a las variables MFF y Nota, puede observarse en la Tabla X que todos aquellos que tienen MFF completo, aprueban. También se lee que hay 22 sujetos (15 + 7) que generan una representación parcial del MFF y no aprueban, mientras que otros 13 si aprueban. Debe notarse que la categoría representación parcial es una suma simple de número de elementos presentes sin valorar su relevancia en relación a la situación física.

**TABLA X.** Tabla de contingencia – Modelo Físico Formalizado vs Nota.

		Nota				Total
		0	1	2	3	
MFF	NR	3	1	0	0	4
	RI	13	3	1	0	17
	RP	15	7	8	5	35
	ST	0	0	2	12	14
Total		31	11	11	17	70

En la Tabla XI, los elementos por encima de la diagonal mayor indican que solo un sujeto que obtuvo alta calificación tiene un MFC parcialmente completo. Por su parte, los elementos por debajo de la diagonal mayor indican que existen casos en que a pesar de construir MFC parciales o completos han obtenido baja calificación.

En principio los resultados presentados en las Tablas X y XI estarían indicando que los correctores aprueban exámenes a condición de MFF completo. Por otro lado, muestran la limitación de la categoría “representación parcial” ya que estaría agrupando dentro de ella representaciones de calidad diferente. Desde el punto de vista físico queda claro que no todas las “fallas” conceptuales tengan el mismo peso para explicar un evento.

**TABLA XI.** Tabla de contingencia – Modelo Físico Conceptual vs Nota.

		Nota				Total
		0	1	2	3	
MFC	NR	0	0	0	0	0
	RI	2	4	1	0	6
	RP	2	13	23	1	39
	ST	0	0	12	13	25
Total		4	17	35	14	70

## VII. CONCLUSIONES

Los resultados confirman los enunciados teóricos en relación a que las representaciones que más posibilidad tienen de evolucionar a una representación de mayor nivel de abstracción son aquellas que contienen de una manera integrada la mayor cantidad de elementos relevantes. Para esta afirmación se tiene en cuenta los resultados que muestran que todas representaciones “completas”, categorizadas con “Si representa”, evolucionan hacia una representación parcial o completa del nivel inmediatamente superior (ver Tablas VIII y IX). No es posible extender categóricamente esta afirmación, cuando se parte desde una “Representación parcial” ya que por construcción se ha hecho un conteo simple de los elementos presentes sin atender su relevancia en la situación. En todo caso, estos resultados muestran un aspecto a mejorar en el criterio de asignación de categorías. Probablemente, en la plantilla de corrección sea necesario destacar elementos más o menos relevantes para cada una de las representaciones. Aún aceptando las limitaciones del indicador, resulta que el 91% de las representaciones *Modelo de la Situación* (total o parcial) evolucionan a *Modelo Físico Conceptual* (total o parcial). Asimismo, el 70% de las representaciones *Modelo Físico Conceptual* (total o parcial) evolucionan hacia *Modelo Físico Formalizado* (total o parcial). Del mismo modo, los sujetos cuya representación *Modelo Físico Conceptual* es nula o insuficiente no logran construir ni siquiera un *Modelo Físico Formalizado* incompleto.

Para el caso en que se separa la muestra de acuerdo a la variable *Nota* según aprobados y no aprobados, es posible observar que los comportamientos de uno y otro grupo son

considerablemente diferentes, fundamentalmente en la posibilidad de formalización que se requiere para la construcción del *Modelo Físico Formalizado*. En relación al *Modelo de la Situación* no hay alumnos aprobados que no han construido, por lo menos, una representación parcial.

En definitiva se puede considerar la validez de las hipótesis establecidas, teniendo en cuenta que la experiencia ha sido realizada en situación de aula real con las limitaciones señaladas (exámenes reales propuestos por el equipo responsable de la asignatura, corrección de exámenes por correctores que viene utilizando metodologías tradicionales, asistencia a clases no obligatoria). Otro factor influyente en estudios de este caso es el historial de los alumnos y actitudes orientadas más a “pasar” que a aprender. Todo ello constituye el contexto de esta experiencia y modula, sin dudas, los resultados obtenidos.

## AGRADECIMIENTOS

Este artículo es resultado de un proyecto parcialmente financiado por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas CONICET (PIP 5778), la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (FONCyT, código 04-05430) y por la Secretaria de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.

## REFERENCIAS

- [1] Truyol, M. E., *Resolución de Problemas en Física Básica: algunos factores explicativos de desempeño*. Trabajo Especial de Licenciatura en Física. Facultad de Matemática, Astronomía y Física. Universidad Nacional de Córdoba. T.E.F TRUr – Inventario n° 18198 – Biblioteca FaMAF, 2006.
- [2] Gangoso, Z., Truyol, M. E., *Resolución de problemas, representaciones y registros escritos: un caso en Física Básica*. En preparación, 2008.
- [3] Mayer, R., *Pensamiento, Resolución de Problemas y Cognición*. (Trad. Graciela Baravalle. Serie Cognición y Desarrollo Humano, 1983).
- [4] Gangoso, Z., *Resolución de Problemas en Física y aprendizaje significativo*. Tesis doctoral, FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba, 1997.
- [5] Tuminaro, J., Redish, E., *Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games*, Physical Review Special Topics - Physics Education Research **3**, (2007).  
URL: <http://link.aps.org/abstract/PRSTPER/v3/e020101/>
- [6] Gerace, W., Dufresne, R., Leonard, B., *A framework for the storage of knowledge an its implication for problem solving*, University of Massachussets Physics Education Research Group. Technical Report PERG-1997, pp. 1-19, 1997.
- [7] Gangoso, Z., *Modelado del proceso de resolución de Problemas en Física y consecuencias instruccionales*,

Informe Técnico de Avance. Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica ANPCyT, 2005.

[8] Chi, M., Feltovich, P. J., Glaser, R., *Categorization and representation of physics problems by novices and experts*, Cognitive Science **5**, 121-152 (1981).

[9] Nathan, M., Kintsch, W., Young, E., *A theory of Algebra-Word-Problem comprehension and its implication for the design or learning environments*, Cognition and Instruction **9**, 329-389 (1992).

[10] Kintsch, W. and Greeno, J. G., *Understanding and solving word arithmetic problems*, Psychological Review **92**, 109-129 (1985).

[11] Kintsch, W., *The use of discourse processing: A construction integration model*, Psychological Review **95**, 163-182 (1988).

[12] Kintsch, W., *Comprehension: a paradigm for cognition*, (Cambridge University press, UK, 1998).

[13] Van Dijk, T.; Kintsch, W., *Strategies of discourse comprehension*. En "A theory of Algebra-Word-Problem comprehension and its implication for the design or learning environments". Nathan, M.; Kintsch, W.; Young, E., 1992.

[14] Buteler, L., Gangoso, Z., *La representación externa en la resolución de un problema de Física: una cuestión de fondo o una cuestión de forma?* Revista Cognitiva **15**, 51-66 (2003).

[15] Dufresne, R. Leonard W., Gerace W. J., *A qualitative model for the storage of domain-specific knowledge and its implications for problem-solving*, 2001. Consulta online diciembre 2007.

URL: <http://umperg.physics.umass.edu/topics/model/>

[16] Chi, M., *Conceptual change within and across ontological categories: examples from learning and discovery in science*. En Giere, R., *Cognitive models of science: Minnesota studies in the philosophy of Science*. (University of Minnesota Press, USA, 1992)

## ANEXOS

### A. Problema analizado

Un condensador de capacidad  $C_1=10\mu\text{F}$  esta cargado, siendo  $5 \times 10^3\text{V}$  la diferencia de potencial entre placas. Se conecta cada una de sus placas a la de otro condensador descargado de capacidad  $C_2=5\mu\text{F}$ . Calcular:

- La carga total del sistema.
- La carga de cada condensador.
- La diferencia de potencial entre las placas de cada condensador.
- La energía inicial y final del sistema.

### B. Planilla de corrección: Elementos pertenecientes a cada una de las dimensiones

• *Objetos*: presencia de evidencia de objetos involucrados en el enunciado del problema.

- Condensadores
- Cargas
- Extras

• *Eventos*: presencia de evidencia o discusión de la evolución en el estado de los objetos.

- Conexión entre placas
- Redistribución de la carga / Carga del segundo condensador
- Variación de la diferencia de potencial

• *Conceptos*: presencia de conceptos físicos relevantes para la descripción de la situación.

- Diferencia de potencial
- Capacidad
- Capacitancia del sistema
- Energía electrostática de un capacitor
- Extras

• *Ecuaciones con sentido físico*: presencia de relaciones correctas entre las distintas leyes y principios involucrados.

$$\circ C = \frac{Q}{V}$$

○ Condensador en paralelo  $C = C_1 + C_2$  ○  
condensadores en serie  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$$\circ E = \frac{1}{2}QV \quad \circ E = \frac{1}{2}CV^2$$

• *Ecuaciones con sentido situacional*: presencia de la representación de la situación planteada en términos formalmente correctos.

$$\circ \text{Carga inicial del sistema} \quad Q_{T\text{inicial}} = Q_{1\text{inicial}}$$

$$\circ \text{Conservación de carga} \quad Q_{T\text{inicial}} = Q_{T\text{final}}$$

$$\circ \text{Redistribución de cargas} \quad Q_{T\text{final}} = Q_{1\text{final}} + Q_{2\text{final}}$$

$$\circ V_{\text{inicial}} \neq V_{\text{final}}$$

$$\circ V_{\text{final}} = V_{1\text{final}} = V_{2\text{final}}$$

○ Sistema de condensadores conectados en paralelo  
 $C_T = C_1 + C_2$

$$\circ E_{\text{inicial}} \neq E_{\text{final}}$$

○ Energía del sistema  $E_T = E_1 + E_2$  (tanto en el estado inicial como final)