

# Comentarios sobre el artículo “Algunas imprecisiones que nos encontramos en la física teórica actual”



**Rafael Andrés Alemañ Berenguer<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>*Departamento de Ciencia de Materiales, Óptica y Tecnología Electrónica. Universidad Miguel Hernández, Avda. Universidad, s/n. Edif. Torrevalillo - 032021 - Elche (Alicante – España)*

<sup>2</sup>*Sociedad Astronómica de Alicante (Grupo de gravitación y mecánica celeste), Apartado de Correos 616, 03080-Alicante (España)*

**E-mail:** agrupación.astroalicante@gmail.com

(Recibido el 16 de Junio de 2009; aceptado el 4 de Agosto 2009)

## Resumen

Las imprecisiones actuales en la física teórica señaladas en el artículo firmado por J. Vila y M. Gómez-Olea, no son tales, sino errores conceptuales de diversa índole. Los conceptos básicos de la física en sí mismos no son definibles. No existe paradoja de las fuerzas de inercia, ya que tales fuerzas no son reales. Y tanto el principio de equivalencia debido a Einstein, como la constancia de la velocidad de la luz, siguen siendo referentes básicos de la ciencia física.

**Palabras clave:** Inercia, fuerza, energía, relatividad, equivalencia.

## Abstract

The presumed inaccuracies in present theoretical physics, discussed in a paper signed by J. Vila and M. Gómez-Olea are but crude misconceptions of both authors in several fields of physics. The basic notions in physics are themselves impossible to define. There is no paradox of inertial forces because these forces are not real, but only artifacts of our reference-frame choice. Finally, the principle of equivalence and the constancy of light speed, still remain as two of the most outstanding milestones in physical science.

**Keywords:** Inertia, force, energy, relativity, equivalence.

**PACS:** 01.50.Zv, 03.30.+p, 03.50.-z

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

En la física, como en el resto de las ciencias, el verdadero progreso se logra cuestionando las ideas establecidas y aventurando nuestro conocimiento más allá de las fronteras que en cada momento lo limitan. Se puede decir con justicia que la vitalidad de una disciplina científica se manifiesta, más incluso que por las respuestas obtenidas, en la cantidad de interrogantes que genera y en las líneas de investigación que abre hacia el futuro. Por una parte tenemos las grandes preguntas que rozan los cimientos mismos de la física fundamental, como la formulación de un modelo preciso para las interacciones nucleares fuertes, el problema de la auto-acción en las teorías cuánticas de campos, o especialmente la búsqueda de una teoría gravitatoria a la vez cuántica y relativista.

Por otro lado nos encontramos con asuntos que demandan una respuesta sin que podamos calibrar todavía hasta que punto dicha respuesta supondría una mera corrección de las teorías existentes, o exigiría una revolución en nuestra visión del cosmos. Así podemos encontrar en nuestros días gran cantidad de estos temas: la misteriosa

materia oscura que determina una dinámica rotacional en las galaxias distinta de la esperada; la no menos enigmática energía oscura, cuya presencia influye decisivamente en el ritmo de expansión del universo; la posibilidad de que ciertas constantes fundamentales modifiquen muy lentamente su valor con el tiempo, y por ello no sean genuinas “constantes”; una explicación (quizás el bosón de Higgs) que justifique por qué las partículas elementales poseen las masas que realmente tienen, y no valores diferentes; el controvertido misterio de las sondas *Pioneer*, las cuales parecen hallarse más cerca de nuestro sistema solar de lo que debieran por la duración de su viaje; la paradoja de la medida y las correlaciones EPR en la teoría cuántica; etc., etc.

Sin embargo, el artículo “Algunas imprecisiones que nos encontramos en Física teórica actual” [1] no apunta en estas direcciones; bien al contrario, menciona en la introducción algunas de estas preguntas pendientes, sugiriendo implícitamente que su presencia presta verosimilitud a las afirmaciones que los autores pasan a exponer en los siguientes apartados. La apelación a cuestiones abiertas en la actualidad se mezcla con observaciones cuando menos sorprendentes para la mayoría de los físicos: “*Los conceptos*

de inercia y de fuerza de inercia (...), son un claro ejemplo del fracaso de las teorías conocidas”; “La ciencia es incapaz de explicar la causa de la fuerza gravitatoria (...)”, etc.

Consideración aparte merece la frase “En algunos casos se admiten abstracciones incomprensibles.”, tras la cual se reproduce una cita de Louis de Broglie en contra del principio de incertidumbre de Heisenberg. Nada se dice sobre el hecho de que este principio (tal vez mejor denominado “teorema de incompatibilidad de Heisenberg”) es uno de los enunciados mejor contrastados de la física, y uno de los pilares de la propia teoría cuántica, sin duda la teoría más precisa en la historia de la ciencia. La cita debida a De Broglie, se enmarca en el debate sobre la interpretación filosófica de la microfísica a comienzos del siglo XX. Se trata de una controversia que en gran medida continúa incluso hoy día, pero que en absoluto resta solidez a la teoría cuántica en tanto que teoría física.

Unos párrafos más adelante, los autores aluden a “...evidencias de que el Universo a gran escala no tiene curvatura, es decir, el Universo no es curvo, en contra de la teoría general de la relatividad”. Son muy numerosas las ocasiones, como ésta, en la que se confunden los términos de la discusión y se realizan juicios temerarios. La relatividad general distingue entre la curvatura “local”, de un entorno reducido, y la curvatura “global”, para el universo en su conjunto [2, 3, 4]. Ambas clases de curvatura pueden tomar valores diferentes, entre ellos el cero, del mismo modo que la esfericidad de la Tierra –curvatura global positiva– no niega que sus diversos accidentes geográficos (montañas, valles, etc.) exhiban curvaturas locales distintas (curvaturas medidas sobre el plano tangente a la superficie terrestre en ese lugar). Las medidas cosmológicas actuales parecen descartar una curvatura positiva para el universo, no así una curvatura nula o ligeramente negativa. Ciertamente es que en estos casos se plantea el problema del volumen espacial tridimensional del cosmos, de no recurrirse a topologías no triviales, si bien estos extremos son completamente silenciados por Vila y Gómez-Olea.

## II. LA DEFINICIÓN DE FUERZA, MASA Y ENERGÍA

En los epígrafes segundo y tercer del artículo comentado, los autores enfatizan la presunta debilidad que para la física supone la falta de definición de conceptos como fuerza, masa o energía. Efectivamente, esas nociones carecen de definición por el sencillo hecho de ser conceptos primitivos, y por ello indefinibles. Los indefinibles por su misma naturaleza –como sillares sobre los cuales construimos el resto de nuestro conocimiento– no admiten definición [5, 6]. De lo contrario, habría términos lógicamente más primitivos que serían los verdaderos indefinibles. La convicción de que todos los conceptos han de constituirse mediante definiciones, es un error lógico que se remonta hasta Aristóteles. Un “definicionismo” de semejante jaez nos aboca igualmente a una regresión infinita, pues si requerimos que cada concepto se defina en términos de otros conceptos más básicos, y éstos a su vez deban definirse mediante un tercer nivel de conceptos elementales, y así sucesivamente,

el proceso no tendría fin [7]. En suma, las primeras críticas de Vila y Gómez-Olea sobre las supuestas imprecisiones de la física teórica, se reducen a lamentar que los indefinibles no puedan ser definidos.

Cuestión aparte es que si bien las magnitudes básicas no son susceptibles de definición, sí pueden ser caracterizadas; es decir, podemos estipular las características que han de cumplir para ser consideradas como tales. En el caso de la fuerza, por ejemplo, diremos que en cualquier sistema material formado por  $n$  partículas, hay ciertos coeficientes (constantes o no, eso depende del caso) que deben asociarse con tales partículas a los que llamamos “magnitudes activas”. Las magnitudes activas son las que producen las interacciones de la que se ocupa la física: en la gravitación es la masa gravitatoria, en electricidad es la carga eléctrica, etc. Entonces, la aceleración instantánea que experimenta una partícula es una función de la configuración del resto del sistema (el valor de las magnitudes activas de que se trate, las distancias a la partícula en cuestión, y acaso las velocidades) en ese instante [8].

Tomemos el caso de una masa atraída gravitatoriamente por otras dos. La aceleración  $a_1$  que sufre la partícula 1 dependerá de las masas de las tres y de las distancias relativas. Podemos escribir  $a_1 = F(m_1, m_2, m_3, r_{12}, r_{13})$ , siendo  $F$  una función –la “fuerza”– que contiene las masas del sistema y las distancias entre ellas. La forma concreta de esa función ha de ser especificada al margen de las leyes del movimiento, y en cada caso determinará un tipo distinto de interacción (una clase distinta de “fuerza”). Para la gravitación tendremos la ley de la gravedad, para la electricidad tendremos la ley de fuerza eléctrica, y así sucesivamente.

Los modernos métodos de la física teórica aportan nuevas herramientas para caracterizar los conceptos indefinibles, como es el teorema de Noether [9, 10]. Este teorema presenta el interés fundamental de establecer una correspondencia entre cada principio de conservación con una invariancia formal de las leyes de la física asociada a simetrías continuas. El tiempo es uno de los parámetros esenciales en la descripción de un sistema físico, y, aun cuando es obvio que no posee isotropía (el tiempo transcurre hacia el futuro pero no en sentido contrario), sí disfruta de homogeneidad. Ello significa que es indistinto el instante que escojamos como origen para nuestra escala de tiempos. Mediante procedimientos matemáticos no muy complicados, nos es dado probar que en esta característica se halla la razón de que la energía de un sistema se conserve. Por tanto, podemos caracterizar la energía como una magnitud invariante de un sistema físico bajo traslaciones temporales.

El teorema de Noether reviste una importancia especial en la teoría de la Relatividad. Es allí donde las traslaciones y rotaciones espaciales y temporales se engarzan en un escenario espacio-temporal que, desde luego, ya no es euclídeo. El conjunto de las simetrías de traslación y rotación en el espacio-tiempo de Minkowski conforman el llamado grupo de Lorentz-Poincaré. El teorema de Noether nos permite asimismo predecir en este caso la existencia de diversas magnitudes conservadas durante la evolución del sistema, o invariantes de campo. En efecto, la invariancia del sistema por traslación espacio-temporal garantiza la

conservación del vector energía-impulso, y la invariancia por rotación la del momento cinético o angular.

La masa, cuya equivalencia con la energía estableció Einstein en la relatividad especial, se ve caracterizada mediante el 4-vector impulso-masa-energía; o, en el caso más general, por medio del tensor de energía-impulso-tensiones,  $T_{\mu\nu}$ . Bien es cierto que en sistemas gravitatorios –propios de la relatividad general– hay diversas dificultades formales para determinar la cantidad que jugaría el papel de “masa” de un sistema [11], o que en la teoría cuántica manejamos los operadores de masa, de aniquilación y de creación [12]; pero estos detalles no caen bajo las críticas de Vila y Gómez-Olea.

### III. EL CARÁCTER EPISTEMOLÓGICO DE LAS LEYES DE NEWTON Y LA “FUERZA DE INERCIA”

La calificación de “incompletas” que los autores asignan a las leyes de Newton revela un análisis notablemente superficial de la dinámica, que concentra todas sus objeciones en el tratamiento tradicional de la inercia. Este postulado se conoce modernamente como «principio de inercia» y establece el estado mecánico de los cuerpos cuando ninguna fuerza externa los influencia. El hecho cierto de que según nuestra experiencia cotidiana los objetos que se desplazan con un movimiento rectilíneo y uniforme no lo sigan haciendo indefinidamente, se debe a la acción de fuerzas exteriores tales como el rozamiento. Una bola de billar que rueda por una superficie lisa acabará deteniéndose porque, por muy pulida que se hallen ambas, las rugosidades microscópicas de la bola y de la superficie por la que rueda, crearán una fricción entre ambas.

No obstante, a menos que la ley nos diga también *cómo* determinar la presencia o ausencia de fuerzas, difícilmente sabremos si el movimiento de un cuerpo es verdaderamente uniforme o no. Bien pudiera ocurrir que la aceleración fuese tan pequeña que pasase inadvertida de no examinar el movimiento en tiempos o distancias muy grandes. A esto hay que añadir que la única fuerza matemáticamente bien definida que conocía Newton era la gravedad, la cual no se anula del todo en ningún punto del espacio salvo a distancia infinita de la masa que la produce.

No parece, pues, que la primera ley de Newton sea muy realista, dado que ni explica el modo de descubrir la acción de las fuerzas, ni resulta posible en la práctica eludir el efecto de la gravedad. Y en efecto, así es; la ley newtoniana de la inercia es lo que podríamos denominar una «ley límite». Nos informa de cómo serían las cosas en una situación ideal que de hecho no se cumple, pero que es posible imaginar partiendo de lo que en realidad sucede. El movimiento de una bicicleta en un pedregal es, obviamente, muy poco uniforme; el de la Tierra en torno al Sol, a causa del amplísimo arco que describe, se aproxima más a la uniformidad; el vuelo de un satélite por el espacio interestelar, si está lo bastante alejado de cualquier astro, es todavía una mejor aproximación.

En el límite en el que todos los cuerpos estuviesen infinitamente alejados del objeto móvil, su movimiento sería

uniforme en perfecto acuerdo con la primera ley newtoniana. E igual sucede con los sistemas de referencia llamados inerciales, aquellos que no están sometidos a ninguna aceleración. La cumbre de una montaña es mejor referencia inercial que la noria de una feria, pero no debemos olvidar que nuestro planeta gira arrastrando en su movimiento todo lo que hay sobre él; el Sol es por ello mejor sistema inercial que la Tierra, el centro de la galaxia mejor que el Sol, y así sucesivamente tal como se hizo antes para los movimientos.

En esta segunda ley de Newton, la masa representa un coeficiente de proporcionalidad entre la fuerza aplicada a un objeto y la aceleración que éste experimenta por ello. Escribiendo la última ecuación de modo ligeramente distinto se observa que  $F/m = a$ , lo que significa que, manteniendo la fuerza constante, a mayor masa del objeto menor será la aceleración que éste sufra. Diríase que aquí  $m$  expresa la resistencia de un cuerpo a ser acelerado por una fuerza, motivo por el cual se le denomina “masa inercial”, ya que por razones históricas se llama también *inercia* a la oposición de los cuerpos a cambiar su estado de movimiento o de reposo.

### IV. LA “FUERZA DE INERCIA”

El apartado en el que se discute la inercia como una fuerza real de naturaleza desconocida para la ciencia, comienza con una curiosa cita en la que se atribuye a Galileo la formulación de un principio de inercia en el que aparece la frase “...moviéndose con una velocidad constante en una línea recta...”. La peculiaridad de esta cita reside en que todos los historiadores saben muy bien que Galileo siempre defendió un principio de inercia circular. A su juicio, los objetos abandonados a sí mismos se mantenían siempre a la misma distancia del centro de la Tierra (o en el caso de nuestro planeta, a la misma distancia del Sol en su órbita alrededor de éste). Con ello, Galileo podía explicar la rotación de la Tierra sobre sí misma, o el giro de la Luna en torno a la Tierra, sin necesidad de la noción de “fuerza”, de la cual carecía [13, 14].

Precisiones históricas aparte, la esencia del argumento sostenido por Vila y Gómez-Olea llega después, cuando consideran el caso de un cuerpo de masa  $m$  cuya aceleración  $a$  proviene de una fuerza exterior  $F$ , donde se cumple la igualdad  $F = ma$ . Añadiendo una masa extra  $m'$ , la aceleración disminuirá según la fórmula  $F = (m + m')a'$ . Llamando  $F' = m'a'$ , se nos dice que la “fuerza resultante sobre el cuerpo” será  $F_R = F - F' = ma'$ . En otras palabras, añadir una masa  $m'$  tiene el mismo efecto dinámico que ejercer una fuerza de oposición  $F' = m'a'$ .

De esta consideración aparentemente banal, los autores extraen una conclusión sorprendente: “Esto quiere decir que la materia añadida ejerce sobre el cuerpo una fuerza real opuesta a la anterior. Al incrementar la cantidad de materia de cualquier cuerpo, el cual está acelerado por estar sometido a una fuerza exterior constante, disminuye su aceleración, lo cual produce el mismo efecto que si se somete el cuerpo a otra fuerza opuesta a la exterior. Denominamos fuerza de inercia de la materia añadida a esta

*fuerza de oposición real y es igual a la masa añadida por su aceleración con signo opuesto”.*

Estas palabras sólo cobran sentido si, de forma implícita, se identifica la fuerza con el producto de la masa por la aceleración. Esto es, pasamos de una ley natural que establece la igualdad entre magnitudes distintas ( $F = ma$ ) a una mera convención que estipula la identidad entre ambas ( $F \equiv ma$ ). Sobre esta convicción, la palabra “fuerza” no sería más que una abreviatura verbal intercambiable por la frase “producto de la masa por la aceleración”. Y de ahí que en vez de adoptar la explicación usual (el aumento de masa redistribuye los valores de ambas cantidades,  $m$  y  $a$ , cuyo producto es igual a la función fuerza aplicada,  $F$ ) Vila y Gómez-Olea declaren que “...*la materia añadida (...) ejerce una fuerza real...*”.

Sin embargo, gracias al método de Padoa [15] contamos con una herramienta lógica que nos permite decidir, en el marco de una teoría bien axiomatizada –como la mecánica clásica– si dos conceptos resultan, o no, lógicamente independientes. El método de Padoa revela que desde un punto de vista lógico-formal, la fuerza, la masa y la aceleración poseen plena independencia lógica mutua y no pueden ser legítimamente identificadas mediante identidades *ad hoc*.

Tácitamente desde que Newton descubriese la gravitación universal y explícitamente ya en el siglo XX, las fuerzas se asocian con interacciones dependientes de propiedades fundamentales de la materia. Desde esta perspectiva, sólo existen las fuerzas gravitatoria, electromagnética, nuclear débil y nuclear fuerte. La “fuerza real de inercia” postulada por Vila y Gómez-Olea carece de un sustrato físico identificable, y sería por ello un fenómeno enteramente ajeno a toda la física conocida. Desgraciadamente, para sustentar una afirmación tan extraordinaria, los autores no cuentan con más respaldo bibliográfico que una obra del propio Gómez-Olea. Como apoyo exclusivo de afirmaciones inusitadas el procedimiento de la auto-cita, especialmente cuando es única o queda fuera de las publicaciones bien contrastadas y referenciadas, no suele ofrecer las mejores garantías de rigor científico.

Unas líneas más abajo los autores señalan: “*La fuerza de inercia de un cuerpo no puede ser ejercida por el propio cuerpo, pues los cuerpos son inertes e incapaces de modificar su propio estado de movimiento, ni de ejercer fuerza alguna de oposición, por sí mismos, lo cual implica que debe existir en el espacio exterior algo ajeno a las partículas que ejerce fuerzas reales opuestas sobre los cuerpos en movimiento, pero que además permite que los cuerpos se aceleren. Pero de acuerdo con la física actual el espacio exterior está vacío y no puede haber un agente exterior que ejerza fuerza alguna. Por tanto, en contra del criterio de la física actual, establecemos que el espacio exterior no puede estar vacío y ha de contener alguna sustancia capaz de ejercer sobre los cuerpos fuerzas de oposición [...], por lo cual la inercia no sería una propiedad intrínseca de los cuerpos, sino una propiedad generada por el espacio exterior*”.

Aquí se mezclan errores ya mencionados con otros comentarios que podrían interpretarse equivocadamente en línea con algunas investigaciones de la física cuántica más

vanguardista. En primer lugar, se insiste en considerar la inercia como una fuerza real en pie de igualdad con el resto de las fuerzas existentes en la naturaleza, y por otra parte se atribuye a una supuesta influencia del espacio exterior la resistencia de los cuerpos a ser acelerados. Esta segunda apreciación podría confundirse con los efectos sugeridos por ciertos modelos del vacío cuántico que, en efecto, no se halla realmente “vacío” [16]. Pero en este caso es el origen de la propiedad misma que llamamos “masa” lo que se persigue dilucidar. Ya sea mediante la introducción de campos específicos –como el campo bosónico de Higgs [17]– o por otros mecanismos todavía en discusión, esta línea de trabajo dista mucho de considerar la inercia como una fuerza real y objetiva. La idea de Vila y Gómez-Olea más parece asemejarse a la del antiguo éter decimonónico (“...*el espacio exterior no puede estar vacío y ha de contener alguna sustancia capaz de ejercer sobre los cuerpos fuerzas de oposición...*”) que a la del vacío cuántico del siglo XX.

## V. EL GENUINO CONCEPTO DE INERCIA

El origen de nuestras ideas sobre la inercia física, es muy distinto del sugerido por Vila y Gómez-Olea. Muy pronto se hizo evidente para Newton que sus leyes del movimiento sólo se cumplían con todo rigor en determinados sistemas de referencia; concretamente en aquellos que obedecían su principio de inercia y estaban en reposo o en movimiento uniforme y rectilíneo, por lo que se les llama “inerciales”. De lo contrario, en nuestras descripciones del movimiento aparecían fuerzas ficticias (fuerzas de inercia) que no correspondían a ninguna realidad física, por cuanto representaban el hecho de que las leyes newtonianas estaban siendo aplicadas en un sistema de referencia donde no eran estrictamente válidas. Consideremos un ejemplo muy común.

Cuando viajamos en un autobús que se mueve uniformemente por una carretera recta, no encontramos en un caso de sistema inercial en el que rigen con toda exactitud las leyes newtonianas del movimiento. Si no importunáramos a los demás pasajeros, podríamos realizar toda clase de experimentos mecánicos y comprobaríamos que sus resultados coinciden plenamente con lo que cabría esperar de dichas leyes: los cuerpos se mueven rectilínea y uniformemente en ausencia de fuerzas externas; si les aplicamos una fuerza, ésta produce una aceleración inversamente proporcional a su masa; y las fuerzas de acción y reacción, cuando se dan, son iguales y de sentidos opuestos.

¿Pero qué ocurre cuando el autobús frena repentinamente? En ese momento todos los ocupantes del vehículo se ven súbitamente impulsados en la dirección de la marcha por una fuerza irresistible que no se sabe de dónde procede. Lo mismo sucede en el instante en que, hallándose inicialmente en reposo el vehículo, el conductor arranca con brusquedad, sólo que entonces el empujón se experimenta en sentido contrario al del avance.

Desde el punto de vista de cualquiera de los viajeros, los empujones y zarandeos que han sufrido no tienen explicación posible: nada ha impactado contra ellos ni tampoco pueden descubrir algún agente causante de los

tirones descritos. No obstante, desde la perspectiva de un observador externo, las cosas son mucho más simples y no encierran ningún misterio. Se trata sencillamente de que los ocupantes del autobús, siempre que éste para o arranca, se encuentran por unos instantes en un sistema de referencia *acelerado* en el que las leyes de la mecánica no rigen con exactitud y en el que, por consiguiente, no cabe decir en todo los casos que las aceleraciones son debidas a la acción de alguna fuerza identificable.

En concreto, las fuerzas que los viajeros sienten cuando el vehículo se detiene o inicia su marcha, y que llaman inerciales porque desconocen qué las produce, se deben tan sólo a un efecto de la aceleración del vehículo a juicio del observador exterior, y ni siquiera merecen tal nombre de fuerzas. En su opinión, es el motor del autobús el que transmite la tracción al eje de las ruedas, el cual la traslada a través de la carrocería a todos los pasajeros de su interior, quienes lo experimentan como una "fuerza" de origen desconocido. Basta con describir la situación desde un sistema de referencia ajeno al autobús para que tales fuerzas misteriosas dejen de existir. Esa es la razón por la cual a las fuerzas de inercia no se las juzgan reales, pues de otro modo seguirían existiendo cualquiera que fuese el punto de vista del observador.

Parecería que de acuerdo con lo hasta ahora expuesto, basta con un sólido perfectamente rígido para que no se apreciaran fuerzas de inercia, puesto que en tales cuerpos las tracciones y compresiones se propagan instantáneamente en toda su longitud. Ciertamente, si existiese un sólido ideal de rigidez perfecta, no se darían en él los efectos diferenciales que surgen cuando las aceleraciones se transmiten de unos puntos a otros en un cuerpo. Pero dejando a un lado el hecho de que no existen sólidos de ese género, el argumento no es oportuno porque tiende a subrayar la importancia de un factor esencialmente secundario como la constitución de los cuerpos en juego. El papel de las fuerzas de inercia en el marco intelectual newtoniano tiene unas motivaciones más profundas, que un nuevo ejemplo ilustrará.

Imaginemos un minúsculo gnomo que está sentado sobre una bola que gira por efecto de una cuerda ligada a un eje que da vueltas. Supongamos asimismo que el gnomo está unido a la bola de un modo idealmente rígido, para incluir la objeción anterior, y que no se da rozamiento alguno con el aire que le pueda informar de su estado de movimiento. Como este pequeño observador conoce las leyes de Newton y a su juicio nada hay que le indique su movimiento, podría considerar con todo derecho que se halla en reposo o en movimiento inercial. Sin embargo el gnomo ve la cuerda tensa a causa del giro, y como él se supone quieto ha de postular la existencia de una fuerza que compense la tensión de la cuerda, de manera que la suma final de todas las fuerzas sea nula y se garantice su suposición inicial. Este es el genuino sentido de las fuerzas de inercia: asegurar el cumplimiento formal de las leyes de Newton en sistemas de referencia acelerados a los cuales, en rigor, dichas leyes no corresponden [18, 19].

Otra parte de la historia atañe a los dos formalismos diferenciales más destacados que vieron la luz en el siglo XVIII, periodo durante el que se enriquecieron y desarrollaron los métodos de la mecánica de Newton. Sus

autores fueron el italiano D. Bernoulli y el francés J. D'Alembert, aunque la conjunción de ambos se conoce simplemente como "principio de D'Alembert". Comencemos con la idea original del francés, que consistía sencillamente en escribir matemáticamente las ecuaciones de un estado dinámico como si fuese una situación estática en la que no hubiese más que condiciones de equilibrio. Por ejemplo, la ecuación del movimiento de una partícula que se desplaza por el eje  $x$  bajo la acción de una fuerza  $F$ , sería expresada por Newton como  $F = dp/dt$ . Empero, D'Alembert prefiere presentarla en la forma  $F - \dot{p} = 0$ , considerando que el término  $-\dot{p} = -dp/dt$  simboliza una fuerza llamada de "inercia".

Desde luego, tanto el sabio francés como nosotros sabemos bien que las fuerzas de inercia no son fuerzas realmente existentes, sino la consecuencia dinámica de usar sistemas de referencia acelerados (en este caso, uno centrado en el cuerpo que sufre  $F$ ), pero la adopción de este nuevo punto de vista permite a D'Alembert abordar con mayor seguridad problemas más complejos. En concreto, en su *Tratado de Dinámica* se expone abiertamente el escollo que han de salvar cuantos pretendan llegar más allá de la escuela mecánica newtoniana del punto material [20]. Este no es sino el problema de las "ligaduras". Se denominan ligaduras a las restricciones que actúan sobre un sistema físico limitando la gama de sus posibles comportamientos. Ciñéndonos al tema que nos ocupa, una ligadura mecánica sería, digamos, la que impone a un péndulo la longitud de su hilo, impidiéndole alejarse a una distancia cualquiera de su centro de balanceo. Una bicicleta que corre por un llano se ve sometida a la ligadura de un permanente movimiento bidimensional (pese a los avances técnicos las bicicletas no pueden, todavía, elevarse en el aire), de igual manera que una embarcación fluvial se halla restringida a seguir el trazado del río por el que navega. Al estudiar los problemas mecánicos, las ligaduras son representadas por fuerzas ("fuerzas de ligadura") que constriñen al sistema de la misma forma que la ligadura lo hace en la práctica: la tensión del hilo en el péndulo, la gravedad en la bicicleta, y la presión de las orillas del río contra el casco del barco. Por desgracia, en la mayoría de los casos las ligaduras serán desconocidas en tanto no resolvamos el problema mecánico en el que intervienen, que es justamente lo que no podemos lograr a causa de nuestro desconocimiento de las mismas.

Con el fin de resolver este dilema, D'Alembert sugiere con gran ingenio un artificio de cálculo. Supongamos –nos dice– que a cada miembro de un conjunto de cuerpos se le suministra un movimiento ("una fuerza" diríamos nosotros) que no puede realizar debido a la acción de los demás (es decir, debido a las ligaduras que le impone la presencia de los otros cuerpos). Aun así, siempre nos será dado descomponer cada uno de esos movimientos en dos componentes, siendo uno de ellos el movimiento que ocurre en la práctica y el otro el que se cancela por el efecto de las ligaduras. D'Alembert explica su propuesta con estas palabras [9]:

"Descomponer los movimientos a, b, c,... comunicados a cada cuerpo en otros dos por cada uno, A y A, B y B, C y C,... y que sean tales que si sólo se hubiera comunicado a los

cuerpos los movimientos A, B, C,... habrían podido realizarlos sin obstaculizarse recíprocamente, y que si sólo se les hubiera comunicado los movimientos A, B, C,... el sistema se habría quedado en reposo; está claro que A, B, C,... serán los movimientos que esos cuerpos realizarán en virtud de la acción de los a, b, c,... comunicados inicialmente. Que es lo que se buscaba.”

Las investigaciones de D. Bernoulli sobre este mismo asunto, vienen a completar la perspectiva de D'Alembert con el llamado “principio de los trabajos virtuales”, que esbozaremos a continuación [9]. Sea un sistema de  $n$  partículas en equilibrio, lo que quiere decir que las correspondientes fuerzas externas sobre cada una de ellas son nulas,  $F_1 = 0, F_2 = 0, \dots, F_n = 0$ . En ese caso es obvio que para cualquier conjunto de números reales  $\delta x_1, \delta x_2, \dots, \delta x_n$ , multiplicados por tales fuerzas, la suma de todos los productos ha de seguir siendo nula,  $F_1 \cdot \delta x_1 + F_2 \cdot \delta x_2 + \dots + F_n \cdot \delta x_n = 0$ . Los números  $\delta x_i$  aquí utilizados reciben el nombre de desplazamientos *virtuales*, por cuanto representan un desplazamiento infinitesimal imaginario en el que la partícula  $i$ -ésima altera su posición en una cantidad  $\delta x_i$  sin modificar el tiempo (se suele hablar así de cambios “contemporáneos”); es decir, se trata de variaciones de la trayectoria en un punto dado pero en instantes fijos del tiempo. Entonces, es posible asegurar que un sistema se halla en equilibrio cuando la suma de los trabajos de las fuerzas externas  $F$  a lo largo de los desplazamientos virtuales  $\delta x$ , es cero, afirmación que constituye el principio de los trabajos virtuales. Ahora bien, la validez de este enunciado no tiene por qué mantenerse intacta en el momento en que introduzcamos ligaduras en el anterior sistema de partículas. Con objeto de aclarar lo que ocurriría en tales circunstancias, Bernoulli establece su principio aseverando que para sistemas con ligaduras la anterior condición de equilibrio  $\sum F_i \cdot \delta x_i = 0$  conserva su validez, siempre y cuando los desplazamientos virtuales  $\delta x_i$  sean ahora compatibles con las mencionadas ligaduras.

En primera instancia, la ecuación de D'Alembert-Bernoulli no parece ser más que una mera reordenación de los términos de la vieja ecuación newtoniana del movimiento. No obstante, no debemos pasar por alto que con este planteamiento el físico ha logrado zafarse de las fuerzas de ligadura, que tan engorrosas resultan para el cálculo.

El eminente físico y matemático francés Jean Louis Lagrange coronó los esfuerzos de D'Alembert y Bernoulli, combinando y refinando sus métodos de forma antes inigualada. En primer lugar, demostró matemáticamente la licitud de tratar las condiciones de ligaduras como unas nuevas ‘fuerzas de restricción’ superpuestas a las demás fuerzas del sistema. Tras ello reunió los dos principios de sus predecesores aplicando la condición de equilibrio de Bernoulli tanto a las fuerzas externas como a las de ligadura e inercia, éstas últimas en el estilo de D'Alembert. Así, en lugar de  $\sum F_i \cdot \delta x_i = 0$ , se tiene  $\sum (F_i + F_i' - \dot{p}_i) \cdot \delta x_i = 0$ , entendiéndose fácilmente que  $F_i$  es el término representativo de las fuerzas externas,  $F_i'$  de las de ligadura, y  $-\dot{p}_i$  de las inerciales. Suponiendo que las ligaduras son independientes del tiempo e ideales (esto último significa que por carecer de

rozamientos no realizan trabajo en los desplazamientos virtuales: el trabajo virtual de las ligaduras ideales es nulo), nos es dado prescindir de  $F_i'$  y escribir  $\sum (F_i - \dot{p}_i) \cdot \delta x_i = 0$ , fórmula conocida como “ecuación de D'Alembert”. Esta ecuación se recoge a menudo en un formato equivalente, sin considerarla una condición de equilibrio, que para una partícula en coordenadas cartesianas es  $F_x \cdot \delta x + F_y \cdot \delta y + F_z \cdot \delta z = m(\ddot{x} \cdot \delta x + \ddot{y} \cdot \delta y + \ddot{z} \cdot \delta z)$ . El miembro de la izquierda es igual al trabajo virtual de las fuerzas exteriores, mientras que el de la derecha puede concebirse como el cambio en la energía cinética de la masa puntual ‘ $m$ ’ originado por dicho trabajo.

## VI. RELATIVIDAD Y GRAVITACIÓN

Tras censurar la noción tradicional de inercia en la física, Vila y Gómez-Olea pasan en un apartado posterior a exponer los presuntos errores de la teoría de la relatividad. Los autores exponen un contraejemplo opuesto al experimento mental del ascensor de Einstein, tomando una cabina que gira en torno a un eje situado fuera de la misma. Este giro crea un campo de aceleraciones centrífugas en el cual un rayo de luz que penetrase dentro de la cabina se desviaría hacia arriba o hacia abajo dependiendo del sentido de giro del sistema. El argumento no es nuevo, y constituye una más entre las pseudo-refutaciones del principio de equivalencia en relatividad general. La réplica tampoco es nueva, aunque aparentemente de poco sirve repetirla, pues generación tras generación rebrotan las mismas objeciones con la misma falta de fundamentos.

En primer lugar, el principio de equivalencia no afirma que todas las aceleraciones inerciales sean equivalentes a una aceleración gravitatoria, sino al contrario: la aceleración de la gravedad es localmente –en rigor, puntualmente– equivalente a una aceleración inercial. Puesto que la aceleración inercial no depende de las características del cuerpo que la experimenta, la gravedad tampoco, y esta independencia es la que permite identificar la gravitación como una propiedad geométrica del espacio-tiempo.

El ejemplo que proponen Vila y Gómez-Olea tan solo demuestra dos cosas:

- La inercia no es una verdadera fuerza –como ya Einstein sabía– en contra de las propuestas defendidas por ellos mismos en los apartados anteriores. Cambiando de sistema de referencia las aceleraciones inerciales desaparecen en todos los puntos del espacio, cosa que no se consigue con las fuerzas verdaderas como la gravedad (salvo, quizás, en un punto).
- Al aplicar el principio de equivalencia a los movimientos rotatorios, los entornos espacio-temporales han de ser mucho más reducidos que cuando se aplica a los movimientos rectilíneos.

El error de Vila y Gómez-Olea es doble: en lugar de estudiar una teoría completa (la relatividad general) se limitan a analizar uno de sus ejemplos ideales (el experimento mental del rayo de luz y el ascensor). Pero una teoría física, lógica y

epistemológicamente, es infinitamente más que un conjunto de experimentos mentales o casos particulares. Los experimentos mentales que sintetizan lo sustantivo en una teoría física, son tan sólo analogías que permiten una presentación abreviada de los aspectos más importantes de la misma. Las analogías lo son porque comparten algunas características, y no otras, con las situaciones reales que representan. Hacer hincapié en las diferencias que separan tales analogías de la estricta realidad, es insistir en una obviedad y nos remite a un serio estudio de la teoría de la que nacen. No es condenando metáforas como se refutan las teorías científicas, sino analizando con detalle sus enunciados en toda su extensión y confrontándola con el juicio experimental. Por ello no debe extrañarnos que no se examinen los verdaderos fundamentos de la relatividad general, y las objeciones levantadas contra ella resulten del todo perfunctorias.

A ello se suma el hecho de que el experimento mental escogido, se analiza desde un punto de vista parcial e incompleto; es decir, se formula tridimensionalmente un razonamiento para una teoría que se ocupa esencialmente de fenómenos tetradimensionales. Este género de equivocaciones ya fue señalado en la década de 1920 por uno de los principales impulsores de la Relatividad, el astrónomo británico Sir Arthur Eddington. En su libro *Teoría Matemática de la Relatividad*, explicaba la solución a una paradoja que muchos años después otros considerarían una perplejidad insoluble [21]:

"...esta deflexión [de la luz en un campo gravitatorio] es doble de la que podría haber sido predicha con la teoría Newtoniana. En relación con ello ha sido señalada la siguiente paradoja. Ya que la curvatura de la trayectoria de la luz se duplica, la aceleración de la luz en cada punto es el doble de la aceleración Newtoniana; mientras que para un objeto moviéndose lentamente la aceleración es prácticamente la misma que la aceleración Newtoniana. Para un hombre en un ascensor descendiendo con aceleración  $m/r^2$  las trayectorias de las partículas ordinarias resultarán ser líneas rectas; pero parece como si se necesitase una aceleración  $2m/r^2$  para enderezar las trayectorias de la luz. ¿No contradice esto el principio de equivalencia?"

La falacia reside en una confusión entre dos significados de la palabra "curvatura". La curvatura coordenada obtenida de la ecuación de la trayectoria (...) no es la curvatura geodésica. Esta última es la curvatura con la cual el observador local —el hombre en el ascensor— se halla involucrado. Consideremos la trayectoria curvada de la luz atravesando la concavidad correspondiente al campo del sol; su curvatura puede determinarse proyectándola o bien sobre la base de la concavidad o sobre el plano tangente en cada punto. La curvatura de estas dos proyecciones será diferente en general. La proyección en coordenadas Euclideas  $(x, y)$ , ..., es la proyección sobre la base de la concavidad; al aplicar el principio de equivalencia la proyección es la del plano tangente, ya que consideramos una región del mundo curvado tan pequeña que no puede ser discernida de su plano tangente."

Resulta descorazonador que casi noventa años después se sigan repitiendo las mismas falacias por quienes pretender

derribar la teoría de la relatividad sin haberla comprendido ellos mismos primero.

En realidad, el Principio de Equivalencia afirma, en forma resumida, que a un observador local (es decir, sin medios para examinar grandes regiones del espacio-tiempo) le es imposible distinguir si se encuentra en un sistema de referencia acelerado o en uno sometido a un campo gravitacional. Einstein no utilizó, como es lógico, ningún ejemplo relacionado con cápsulas espaciales que en su tiempo no existían, pero sí empleó una metáfora equiparable suponiendo lo que experimentaría un individuo encerrado en un ascensor. El hecho de que el observador se enclaustrase en un espacio tan reducido se proponía garantizar que los fenómenos detectados fuesen tan sólo *locales*, como ya se ha dicho, referidos a una porción muy reducida del espacio-tiempo

La condición de que la equivalencia entre la gravedad y la inercia se cumpla localmente es de suma importancia, ya que si extendemos nuestro estudio a vastas regiones del espacio y del tiempo aparecen severas desviaciones de este principio. En un hipotético ascensor con una extensión que cubriese todo un hemisferio terrestre, se percibiría que el campo de gravedad es radial por el hecho de que objetos bastante alejados entre sí caerían hacia el suelo según direcciones mutuamente oblicuas. Esto nos permitiría distinguir la aceleración del campo de gravedad terrestre de la aceleración provocada por una fuerza externa que tirara hacia arriba del ascensor, debido a la cual todos los objetos en su interior se verían impulsados hacia atrás en direcciones paralelas entre sí. De igual forma, dos cuerpos dentro de un pequeño ascensor en caída libre dentro de un campo gravitacional como el terrestre, acabarían aproximándose el uno al otro puesto que las líneas de fuerza de la gravedad son radiales y están orientadas hacia el centro del planeta; es decir, si prologásemos las trayectorias de estos cuerpos en caída libre, terminarían por cortarse en el centro de la Tierra.

El principio de Equivalencia no dice que la gravedad y la inercia sean lo mismo, porque ésa es una afirmación patentemente falsa: la gravedad es una fuerza física real, mientras la inercia es un efecto derivado de la elección de un sistema de referencia acelerado. En un lenguaje más propio de la relatividad general, dentro de un campo de gravedad la conexión afín es curva y no se puede anular por ninguna transformación de coordenadas (salvo en un punto). En cambio, con una aceleración inercial (en una noria, por ejemplo) basta cambiar de sistema de referencia (desde la noria al suelo) para que los componentes de la conexión afín se anulen sobre toda la variedad de base.

Lo que realmente se desprende del principio de Equivalencia, es una afirmación sobre la unicidad de la conexión gravitatoria. La conexión afín curva que describe espacio-temporalmente la gravitación, se halla determinada por los cuerpos en caída libre (los cuerpos en caída libre describen trayectorias que son geodésicas afines, las líneas menos curvadas posibles), y es única para todos los fenómenos de la naturaleza (la gravedad atrae por igual a todos los cuerpos situados en un mismo punto con independencia de sus composiciones y propiedades). De esta manera, cuando nos circunscribimos a un entorno muy reducido el espacio-tiempo parece plano, y la Relatividad

General se confunde con la Especial. O dicho más técnicamente, en cada punto  $p$  las leyes que determinan la estructura de su espacio tangente  $T_p$  son las de la Relatividad Especial [22].

En lo que atañe a las rotaciones el principio se cumple de igual modo, si bien en este caso es menos sencillo de visualizar. Con el fin de determinar si está rotando o no, imaginemos que el ocupante del ascensor einsteniano emplea un aparato diseñado para ello que se llama giroscopio. Al observar que el giroscopio indica efectivamente una rotación, ¿existe algún motivo para dudar de que es la cabina del ascensor la que gira?, en otras palabras, ¿tal estado es indistinguible de algún otro según el principio de equivalencia? En realidad sí lo es a causa de un curioso efecto relativista de los cuerpos rotantes. De acuerdo con la relatividad general, cuando una masa gira produce una distorsión adicional del espacio tiempo circundante que se agrega a la ocasionada por su presencia con respecto a un espacio-tiempo “llano” en ausencia de masa y campos de gravedad. Es decir, además de la curvatura espacio-temporal que constituye el campo de gravedad según la relatividad general, tenemos también una curvatura añadida (la métrica espacio-temporal se aparta todavía más de la métrica plana de la Relatividad Especial) causada por la rotación del cuerpo en cuestión. Esa distorsión espacio-temporal debida a la rotación de una masa fuera del ascensor (que puede imaginarse gráficamente como los torbellinos alrededor de un trompo que gira dentro del agua), produciría en el giroscopio de dentro un comportamiento idéntico al que tendría si fuese el ascensor el que girase sin ninguna masa rotando en sus inmediaciones [23].

En su formulación actual –básicamente la misma de Einstein– el principio de equivalencia nos dice que en un campo gravitacional arbitrario siempre es posible elegir en cualquier punto del espacio-tiempo un sistema de referencia “localmente inercial” en el que, en un entorno lo bastante reducido, las leyes naturales sean las mismas que en un sistema no acelerado sin gravitación. La mención de “lo bastante reducido” supone que el campo de gravedad no experimentará grandes cambios, a lo largo del espacio y del tiempo, en todo el entorno considerado. La exigencia de que las leyes de la naturaleza sean las mismas que en un sistema sin aceleración de ningún tipo, implica que dichas leyes asumirán la forma que adoptan el marco de la Relatividad Especial [24].

## VII. CONCLUSIONES

Las pretendidas imprecisiones reseñadas en el artículo de Vila y Gómez-Olea, no son sino errores y confusiones de los autores, fruto de graves malentendidos concernientes a los métodos y conceptos básicos de la física teórica. No hay “paradoja de las fuerzas de inercia”, en primer lugar porque tales “fuerzas” no existen más allá de una etiqueta lingüística empleada para referirse abreviadamente a las desviaciones de las leyes newtonianas del movimiento cuando son aplicadas en sistemas de referencia no inerciales. Tampoco hay necesidad de definir aquellos conceptos (fuerza, masa, energía) que por su propia naturaleza son indefinibles. Vila y

Gómez-Olea parecen ignorar la imposibilidad lógica de definir todo concepto. Si deseamos que las ideas sean ricas y profundas no queda otro remedio sino que, cuando se toman aisladamente, resulten oscuras. Esto se debe precisamente a que son básicas (explican y definen) y están cargadas ellas mismas de relaciones insospechadas que la investigación posterior se encargará de sacar a la luz.

Las dos teorías relativistas de Einstein gozan hoy de tan buena salud como a comienzos del siglo XX, cuando fueron formuladas. Es más, sus confirmaciones experimentales se acrecientan en cantidad y calidad conforme pasan los años [25, 26, 27, 28, 29, 30, 31]. Los aceleradores de partículas, los monitores de tomografía clínica, o los satélites GPS (cuya soberbia precisión depende de correcciones provenientes tanto de la relatividad especial como de la general), constituyen por sí mismos, no sólo logros prácticos de indiscutible utilidad, sino también monumentos tangibles a la fiabilidad de estas teorías y al talento de su creador. El principio de equivalencia y la constancia universal de la velocidad de la luz, pese a los muy numerosos intentos de refutación experimental, persisten todavía con absoluta solidez como dos de los más firmes baluartes de la descripción física del mundo.

El artículo finaliza con un llamamiento a los “investigadores de mente abierta”, recabando su respaldo para las opiniones de los autores. Sin embargo, la apertura de mente jamás puede ser excusa para admitir proposiciones físicas injustificadas o abiertamente erróneas. En definitiva, si algo puede enseñarnos el artículo de Vila y Gómez-Olea es lo peligroso que resulta embarcarse en una reprobación general de los conceptos básicos de la física –la más madura de las ciencias– con un conocimiento insuficiente de sus ideas fundamentales.

## REFERENCIAS

- [1] Vila, J., Gómez-Olea, M., *Algunas imprecisiones que nos encontramos en Física teórica actual*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 421 (2009).
- [2] Kerszberg, P., *The invented universe: the Einstein-De Sitter controversy (1916-17) and the rise of relativistic cosmology* (Oxford University Press, Oxford, 1989).
- [3] North, J. D., *The Measure of the Universe* (Clarendon Press, Oxford, 1965).
- [4] Misner, C., Thorne, K., Wheeler, J. A., *Gravitation* (Freeman & Co., New York, 1973).
- [5] Bunge, M., *Foundations of Physics* (Springer-Verlag, New York, 1967).
- [6] Sneed, *The logical structure of mathematical physics* (Springer-Verlag, New York, 1979).
- [7] Quine, V. O., *Los métodos de la lógica* (Ariel, Barcelona, 1981).
- [8] Russell, B., *Los principios de la matemática* (Espasa-Calpe, Buenos Aires, 1948).
- [9] Goldstein, H., *Mecánica clásica* (Reverté, Barcelona, 1990).
- [10] Galtsov, D. V., Grats, Iu. V., Zhukovski, V. Ch., *Campos clásicos. Un enfoque moderno* (ed. URSS, Moscú, 2005).

- [11] Hawking, S. W., Israel, W. (eds.), *Three Hundred Years of Gravitation* (Cambridge University Press, Cambridge, 1987).
- [12] Weinberg, S., *The Quantum Theory of Fields*, 2 vols. (Cambridge University Press, New York, 1995).
- [13] Lindberg, D. C. (comp.), *Science in the Middle Ages* (University of Chicago Press, Chicago, 1978).
- [14] Wallace, W. A. (comp.), *Reinterpreting Galileo*, Catholic University of America Press, Washington D. C., 1986).
- [15] Padoa, A., *Essai d'un théorie algébrique des nombres entières précédé d'un introduction logique à une théorie déduido qulcanque*, Bibliotheque du Congrès International de Philosophie, III (1900), p. 309.
- [16] Milonni, P., *The Quantum Vacuum: An Introduction to Quantum Electrodynamics* (Academic Press, London, 1994).
- [17] Lee, J. V., *Search for the Higgs Boson* (Nova Science Publishers, New York, 2006).
- [18] Jammer, M., *Concepts of Mass in Contemporary Physics and Philosophy* (Princeton University Press, Princeton, 2000).
- [19] Jammer, M., *Concepts Force. A Study in the Foundations of Dynamics* (Dover Publications, New York, 1998).
- [20] D'Alembert, J. R., *Traité de Dynamique* (Chez David Libraire, Paris, 1758).
- [21] Eddington, A., *The Mathematical Theory of Relativity* (Cambridge University Press, Cambridge, 1963).
- [22] Friedman, M., *Fundamentos de la teorías del espacio tiempo*, (Alianza Editorial Madrid, 1991).
- [23] Rizzi, G., Ruggiero, M. L. (eds.), *Relativity in rotating frames* (Kluwer Academic Press, Dordrecht, 2004).
- [24] Weinberg, S., *Gravitation and Cosmology*, (Wiley & Sons Inc., New York, 1972).
- [25] Fomalont, E. B., Sramek, R. A., *A Confirmation of Einstein's General Theory of Relativity by Measuring the Bending of Microwave Radiation in the Gravitational Field of the Sun*, *Astroph. J.* **199**, 749 (1975).
- [26] Fomalont, E. B., Sramek, R. A., *Measurements of the Solar Deflection of Radio Waves in Agreement with General Relativity*, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1475 (1976).
- [27] Reasenberg, R. D. et al., *Viking Relativity Experiment: Verification of Signal Retardation by Solar Gravity*, *Astroph. J.* **234**, L219 (1979).
- [28] Shapiro, I. I., Counsehn III, C. C., King, R. W., *Verification of the Principle of Equivalence for Massive Bodies*, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 555 (1976).
- [29] Will, C. M., *Theory and Experiment in Gravitational Physics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1981).
- [30] Kramer, M., et al., *Tests of General Relativity from Timing the Double Pulsar*, *Science* **313**, 1556 (2006).
- [31] Ehlers, J., Lämmerzahl, C. (eds.), *Special Relativity. Will it Survive the Next 101 Years?* (Springer, Berlin Heidelberg, 2006).